Neuronové sítě

SOM – Self Organizing Maps

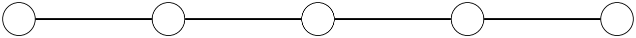
Úvod

- Samoorganizující se neuronové sítě předpokládají topologickou strukturu neuronů.
- Tuto vlastnost lze pozorovat v mozku, ale v jiných umělých neuronových sítích se nenaléză.
- Základním principem sítě je schopnost sítě nalézt určité vlastnosti a závislosti přímo v předkládaných trénovacích datech bez přítomnosti nějaké vnější informace.
- m neuronů je uspořádáno do jednorozměrného nebo dvourozměrného pole.
- Vstupní signály jsou n-rozměrné vektory.

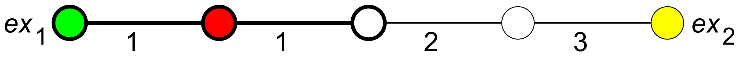
Úvod

- Pohledem do výsledné mapy samoorganizace nelze nic říci o dvou sousedních neuronech.
- Jsou jako nezávislé jednotky a dokonce i dva velice vzdálené neurony mohou mít podobné váhové vektory.
- Neurony s podobnými váhovými vektory je možné objevit v Sammonově projekci.
- Dobře naučená síť se projeví nepřetočenou Sammonovou projekcí:
  - objekty s blízkými vahami jsou umístěny blízko k sobě
  - objekty s hodně odlišnými vahami jsou daleko od sebe.

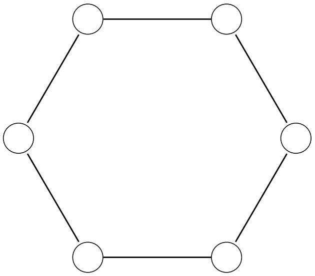
Lineární topologie SOM



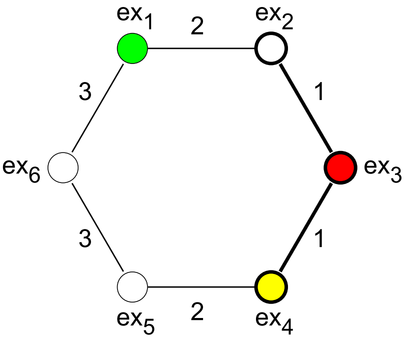
Lineární topologie SOM



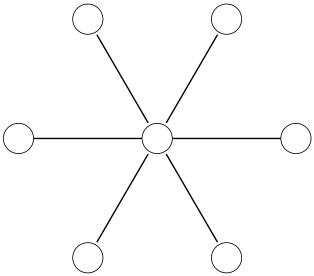
Kruhová topologie SOM



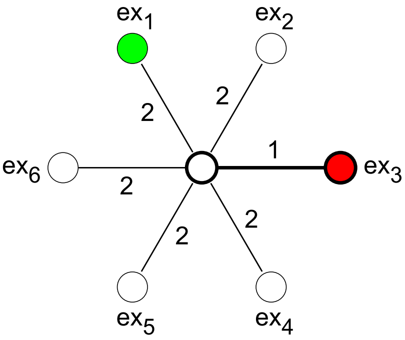
Kruhová topologie SOM



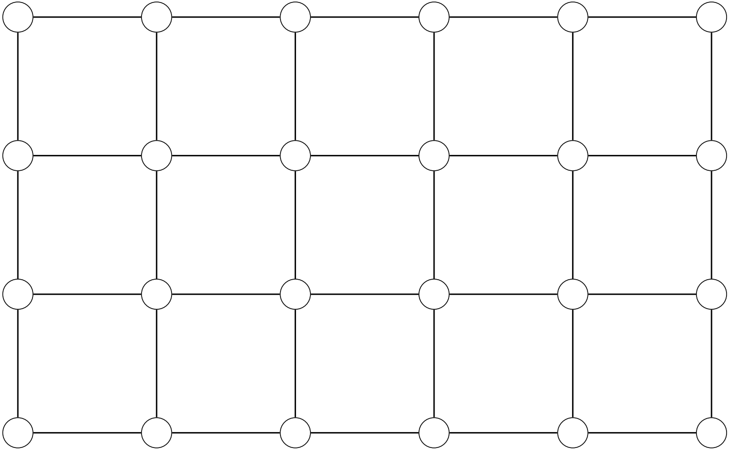
Hvězdicová topologie SOM



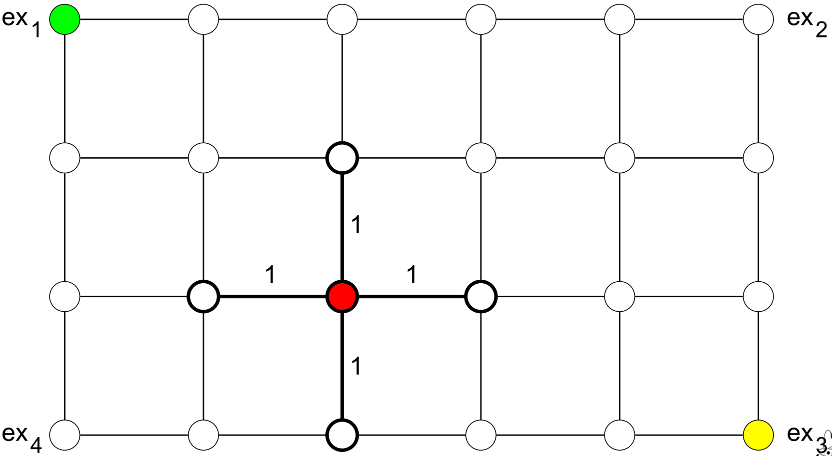
Hvězdicová topologie SOM



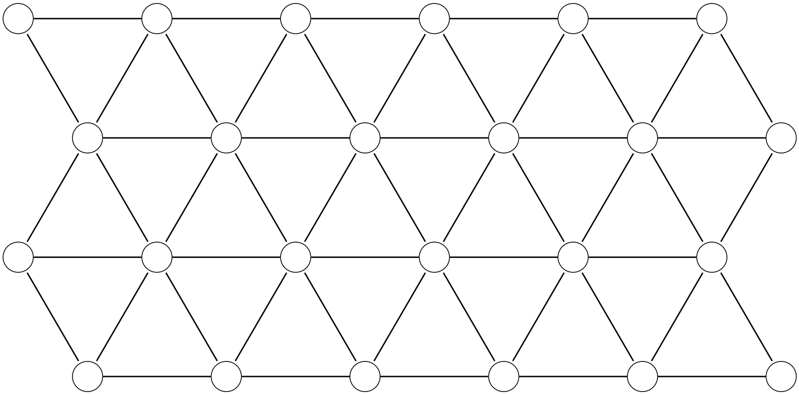
Tetragonální topologie SOM



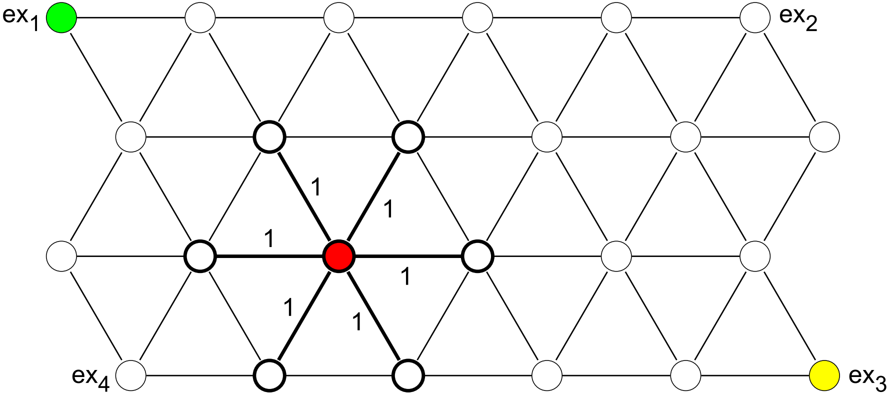
Tetragonální topologie SOM



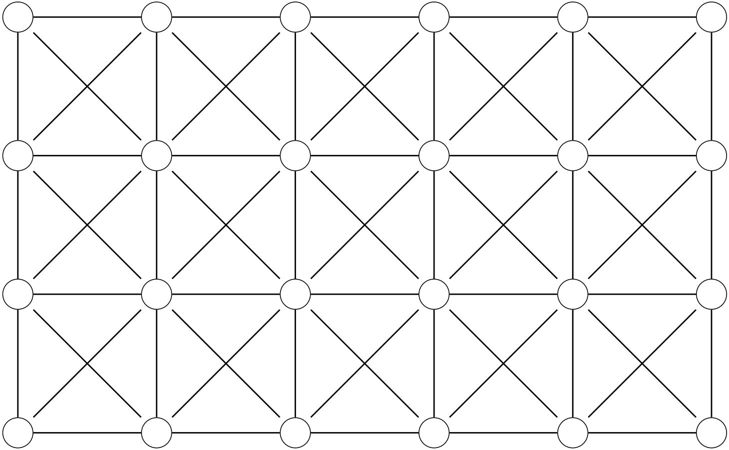
Hexagonální topologie SOM



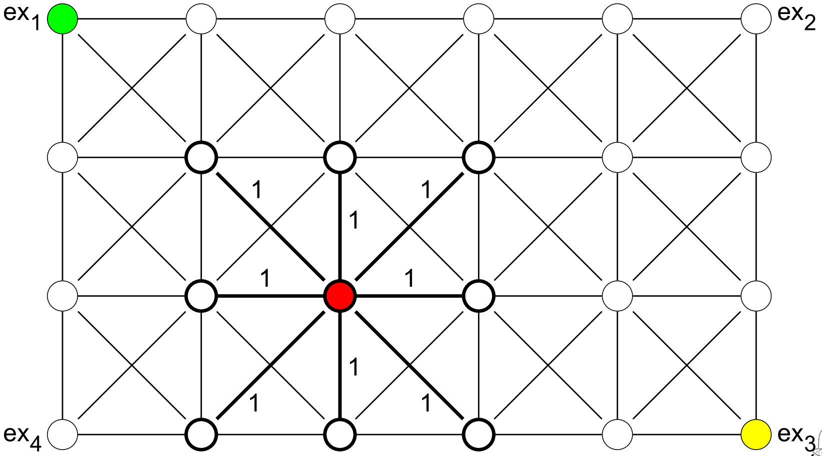
Hexagonální topologie SOM



Oktagonální topologie SOM



Oktagonální topologie SOM



Algoritmus učení SOM

1. Inicializace
   - nastavíme váhové vektory $\overline{w}_i$ na malé náhodné hodnoty
   - nastavíme parametr učení $\alpha \approx 1$
   - nastavíme počáteční velikost okolí neuronů
2. Předložení vzoru $\overline{x}$ na vstup
3. Výpočet vzdáleností vzoru od váhových vektorů neuronů
$$d_i = \|\overline{x} - \overline{w}_i\|^2$$
4. Výběr nejbližšího (nejpodobnějšího) neuronu i^*
$$d_{i^*} = \min_i \{d_i\}$$
5. Přizpůsobení vah
$$\overline{w}_i = \overline{w}_i + \alpha(\overline{x} - \overline{w}_i), \quad i \in N_{i^*}$$

N_{i^*} – neurony ležící v okolí neuronu i^*

Algoritmus učení SOM

Trénování probíhá ve dvou fázích

1. Určení oblastí
   - Nejprve uspořádáme náhodně rozházené neurony tak, aby topologicky odpovídaly určitým shlukům, které se snažíme zjistit z předložených trénovacích dat.
   - Udržujeme $\alpha > 0,5$ – snadná a rychlá modifikace.
2. Trénování
   - Doladění váhových vektorů tak, aby správně reprezentovaly předložené trénovací vzory.
   - Učící parametr je nízký: $\alpha < 0,5$.

Snižování parametru α je často lineární (ale lze též exponenciální, hyperbolické), $0 \leq \alpha \leq 1$.

Vybavování v SOM

1. Předložení vzoru $\overline{x}$ na vstup
2. Výpočet vzdáleností vzoru od váhových vektorů neuronů

$$d_i = \|\overline{x} - \overline{w}_i\|^2$$

3. Výběr nejbližšího (nejpodobnějšího) neuronu i^*

$$d_{i^*} = \min_i \{d_i\}$$

4. Odpověď sítě na vzor je neuron i^*.

Sammonova projekce

Sammonova projekce

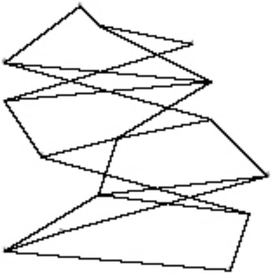
- Nelineární zobrazení z $\mathbb{R}^n$ do $\mathbb{R}^p$, kde $p < n$.
- Zobrazení se pokouší zachovat v $\mathbb{R}^p$ Euklidovskou vzdálenost mezi vektory v $\mathbb{R}^n$.
- Iterativní metoda založená na hledání gradientu.

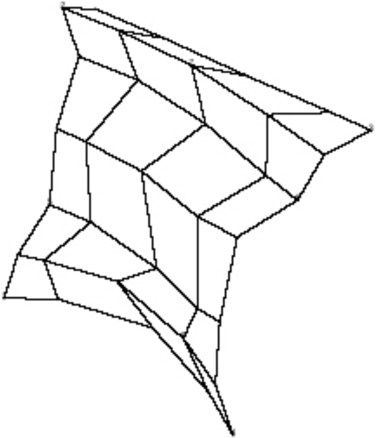
Chyba projekce je dána vzorcem

$$\mathrm{E} = \frac{1}{\sum\limits_{i<j}^{m} d_{ij}} \sum_{i<j}^{m} \frac{(\delta_{ij} - d_{ij})^2}{d_{ij}} \in \langle 0, 1 \rangle$$

- m – počet bodů
- d_{ij} – vzdálenost mezi dvěma body v $\mathbb{R}^n$,
- δ_{ij} – vzdálenost mezi dvěma body v $\mathbb{R}^p$.
- E – rozdíl mezi uspořádáním m bodů v $\mathbb{R}^p$ a v $\mathbb{R}^n$.

Sammonova projekce





Algoritmus dávkového učení SOM (Batch SOM)

1. Inicializace
   - nastavíme váhové vektory $\overline{w}_i$ na malé náhodné hodnoty
   - nastavíme počáteční velikost okolí neuronů
2. Předložení všech vzorů $\overline{x}$ na vstup
3. Výpočet vzdáleností všech vzorů od váhových vektorů neuronů
$$d_i = \|\overline{x} - \overline{w}_i\|^2$$
4. Výběr nejpodobnějšího neuronu i^* pro každý vzor
$$d_{i^*} = \min_i \{d_i\}$$
a přiřazení vzoru $\overline{x}$ do množiny U_{i^*}.
5. Přizpůsobení vah pro každý neuron
$$\overline{w}_i = \frac{1}{\sum_{i \in N_{i^*}} |U_i|} \sum_{\overline{x} \in U_i, i \in N_{i^*}} \overline{x}$$