Uživatelské funkce

Úloha 20: Realizujte úlohu 4 jako funkci `urok`, jejímiž vstupy jsou vložená částka h (v Kč), úrok r (v procentech), požadovaná minimální částka c' (v Kč) a výstupem jsou počet roků $n \geq 1$ (kdy bude cílová částka dosažena) a celková částka c po n-tém roce. Funkce může, ale nemusí vypisovat přehled za jednotlivé roky.

Úloha 21: Realizujte úlohu 5 jako funkci `posloupnost`, jejímž vstupem je počet členů n, které se budou vypisovat. Funkce nemá výstup.

Úloha 22: Realizujte úlohu 6 jako funkci `fibonacci`, jejímž vstupem je počet členů n, které se budou vypisovat. Funkce nemá výstup.

Modifikujte funkci na `fibonacci2` tak, aby neměla žádný vstup, ale proměnný počet výstupů – tedy vypíše se tolik členů posloupnosti, kolik uživatel momentálně odebírá do výstupních proměnných.

Úloha 23: Realizujte úlohu 7 jako funkci `soucet_mocnin`, jejímž vstupem je $n > 1$ (poslední číslo, jehož mocnina se přičte). Výstupem funkce bude součet s všech druhých mocnin čísel $1, 2, \ldots, n$.

Úloha 24: Realizujte úlohu 9 jako funkci `sikmy_vrh`, jejímiž vstupy jsou počáteční rychlost $v_0 > 1$ v m/s a úhel $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}]$ v radiánech. Výstupem je pak vodorovná vzdálenost d v metrech a maximální výška $y_{\max}$ v metrech.

Úloha 25: Vytvořte funkci `svisly_vrh` pro výpočet výšky H (v metrech) výstupu svislého vrhu vzhůru, je-li dána počáteční rychlost $v_0 > 0$ m/s. Návod: $H = \dfrac{v_0^2}{2\mathrm{g}}$, $\mathrm{g} \doteq 9{,}81$ m/s^2.

Úloha 26: Realizujte úlohu 16 jako funkci `mocninna_rada`, jejímž vstupem bude číslo x ($|x| < 1$) a nepovinně zadávaná tolerance t ($t \in (0, 1)$, implicitně $t = 10^{-4}$) a výstupem bude aproximovaná hodnota s výrazu $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ a minimální počet členů pc této řady.

Úloha 27: Vytvořte funkci `kv_rovnice` pro řešení obecné kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a \neq 0$. Vstupy: a, b, c. Výstupy: kořeny x_1 a x_2 (v případě jednoho kořene bude $x_2 = x_1$). Funkce pracuje v komplexních číslech (tj. vždy existují dva kořeny, resp. jeden dvojnásobný).

Úloha 28: Napište funkci `eukleides`, která spočítá a vrátí podíl a zbytek po dělení dvou přirozených čísel pomocí Eukleidova algoritmu (postupné odečítání dělitele od dělence). Vstupy: dělenec (nezáporné celé číslo), dělitel (kladné celé číslo). Výstupy: celočíselný podíl a zbytek.

Úloha 29: Napište funkci `nsd` pro nalezení největšího společného dělitele dvou přirozených čísel. Vstupy: a, b (kladná čísla), výstup: d (největší společný dělitel).

Modifikujte funkci na `nsd2` tak, aby měla proměnný počet vstupů (jednotlivých čísel) a vracela největšího společného dělitele všech těchto čísel. Zpracujte po dvojicích s využitím předchozí funkce.

Úloha 30: Vytvořte funkci `je_prvocislo`, která zjistí, zda zadané číslo c je prvočíslem. (Nepoužívejte `isprime`! Využijte nenulovost zbytku po postupném dělení čísly $2, 3, \ldots, c-1$, resp. $2, 3, \ldots, \sqrt{c}$.)

Tip (efektivnější způsob): po ověření, zda c není rovno 2, 3, 5 nebo 7, vynecháme násobky čísel 2 a 3 (ověříme dělitelnost 2 a 3) a poté postupné dělení můžeme omezit jen na čísla 5, 7, 11, 13, 17, 19 atd. (ostatní čísla jsou násobky 2 nebo 3), tedy na čísla tvaru $6k-1$ a $6k+1$, kde $k = 1, 2, ..., \frac{1}{6}\sqrt{c}$.

Porovnejte výsledky s knihovní funkcí: `for c=1:10000,if je_prvocislo(c)~=isprime(c),disp(c),end,end`.

Najděte na internetu největší dosud známé prvočíslo a zkuste jej předat knihovní funkci `isprime` a vaší funkci `je_prvocislo`. Jaké největší možné číslo je schopna funkce `isprime` správně otestovat?

Úloha 31: Vytvořte funkci `vypis_prvocisla`, která vypíše prvních n prvočísel (vstup). Funkce nevrací žádný výstup, pouze vypisuje jednotlivá prvočísla. Využijte funkci `je_prvocislo` z úlohy 30.

Jaké je největší možné n, pro které funkce pracuje správně? (Souvisí to s funkcí `mod`.)

Úloha 32: Vytvořte funkci `faktorial`, která pro vstup n (celé číslo, $n >= 0$) vrátí hodnotu faktoriálu, tj. výstup $f = n! = n \cdot (n-1) \cdots 2 \cdot 1$. Pro $n = 0$ je definováno $0! = 1$.

Úloha 33: Vytvořte funkci `odmocnina2` pro přibližný výpočet druhé odmocniny z čísla $A > 0$ s nepovinně zadávanou přesností ε mezi dvěma iteracemi (implicitně $\varepsilon = 10^{-4}$).
Použijte Newtonův iterační vztah:

$$x_0 = 1, \quad x_{i+1} = 0,5 \cdot \left(x_i + \frac{A}{x_i} \right).$$

Úloha 34: Vytvořte funkci `odmocnina3` pro přibližný výpočet třetí odmocniny z čísla $A > 0$ s nepovinně zadávanou přesností ε mezi dvěma iteracemi (implicitně $\varepsilon = 10^{-4}$).
Použijte iterační vztah:

$$x_0 = A, \quad x_{i+1} = \frac{1}{3} \cdot \left(2x_i + \frac{A}{x_i^2} \right).$$

Úloha 35: Vytvořte funkci `je_trojuhelnik`, která pro zadané délky 3 stran (a, b, c) ověří, zda to mohou být strany trojúhelníku. Výstup: odpověď nabývající hodnot 1 (ano) nebo 0 (ne).

Návod: pokud je součet jakýchkoli dvou stran menší nebo roven straně zbývající, tak nejde o trojúhelník.

Úloha 36: Vytvořte funkci `obsah_trojuh` se třemi vstupy a, b, c (kladné délky stan), která nejprve ověří, zda jde o trojúhelník (využijte funkci z úlohy 35), a v kladném případě vypočte jeho obsah pomocí Heronova vzorce:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ kde } s = \frac{a+b+c}{2}.$$

Výstupem je obsah trojúhelníku S.

Úloha 37: Vytvořte funkce `koule_objem` a `koule_povrch`, které pro zadaný poloměr r ($r > 0$) koule vrátí její objem V nebo povrch S. Platí: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $S = 4\pi r^2$.

Úloha 38: Vytvořte funkci `puleni`, která pomocí metody půlení intervalu nalezne řešení rovnice $f(x) = 0$ na intervalu $[a, b]$. Vstupy: funkce f („ukazatel“ na funkci), krajní body a, b intervalu a požadovaná přesnost ε mezi dvěma iteracemi řešení. Výstupem funkce je nalezené řešení x.

Podmínka úspěšnosti metody: funkce f je spojitá v daném intervalu (netestujeme) a mění znaménko v jeho krajních bodech: $f(a) \cdot f(b) < 0$).

Popis metody např. na `http://www.fs.vsb.cz/books/ZaklInfSbirka/TEOROZ/TEOROZ.HTML#K11`.

Funkci vyzkoušejte pro: $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ na intervalu $[0{,}1; 1]$, $p_1(x) = 2x^2 - 5x - 3$ na intervalu $[1; 4,]$ a $p_2(x) = x^4 + 4x^3 - 139x^2 - 706x + 840$ na intervalu $[-15; -9]$ a na intervalu $[10; 13]$. Tyto funkce můžete realizovat jako anonymní funkce.

Úloha 39: Pyramida je stavěna z kostek a bez dutin. Výška pyramidy je H. Základna pyramidy je čtverec o straně H. Sestavte funkci `pyramida` pro spotřebu kostek (délky 1) na její stavbu. Porovnejte s úlohou 23.

Zdroj: `http://vyukaap.vscht.cz/HTML/kap5.html`.

Úloha 40: Blouznivý poutník ušel první den A kilometrů. Další dny ušel vždy polovinu trasy předchozího dne a ještě k tomu opačným směrem. Vytvořte funkci `poutnik`, která z počtu dnů N a vzdálenosti A určí délku pochodu d, vzdálenost v mezi začátkem a cílem pochodu a účinnost u poutníka v procentech.

Zdroj: `http://vyukaap.vscht.cz/HTML/kap5.html`.