

## Diferenciální rovnice 2. řádu

$$1. \ x^2 y'' = y'$$

$$2. \ 1 + (y')^2 = 2y y''$$

$$3. \ y'' = \frac{y'}{x} + x^2$$

$$4. \ x y'' + \frac{1}{4}(y'')^2 - y' = 0$$

$$5. \ y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$$

$$6. \ y'' - \frac{6}{x^2}y = x \ln x$$

víme-li, že  $y_1(x) = x^3$  řeší homog. rovnici  
hledáme řešení  $y(1) = 1, y'(1) = 0$

$$7. \ y'' - \frac{1+x}{x}y' - 2\frac{x-1}{x}y = 0$$

víme-li, že  $y_1(x) = e^{2x}$  řeší homog. rovnici

$$8. \ y'' - \frac{2x}{1+x^2}y' + \frac{2}{1+x^2}y = 0$$

víme-li, že  $y_1(x) = x$  řeší homog. rovnici

$$9. \ y'' - 2y' + 4y = 0$$

$$10. \ 3y'' - 4y' - 5y = 0$$

$$11. \ -y'' + 6y' = 0$$

$$12. \ y'' + 2y' + y = 0$$

$$13. \ y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$14. \ y'' - 2y = 0$$

$$15. \ y'' - 6y' + 9y = 0$$

$$16. \ y'' + 8y = 0$$

$$17. \ y'' + y' - 2y = 0 ; \ y(0) = 2, \ y'(0) = 1$$

$$18. \ y'' - 7y' + 6y = e^x \sin x$$

$$19. \ y'' - 2y' + 4y = x e^{-2x}$$

$$20. \ y'' - 4y' = 4$$

$$21. \ y'' + y = 0$$

$$22. \ y'' - y' = e^x$$

$$23. \ y'' - 2y' + y = (x^2 + 2x^3) e^x$$

$$24. \ y'' + y' - 6y = x + e^{2x}$$

$$25. \ y'' - 6y' + 9y = 1 - x^2$$

$$26. \ y'' - 6y' + 9y = x e^{-3x}$$

$$27. \ y'' - 6y' + 9y = \sin 2x$$

$$28. \ y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

$$29. \ y'' - 2y' + 6y = xe^{2x}$$

$$30. \ y'' - 3y' + 2y = 2e^x \cos x; \ y(0) = 2, y'(0) = 1$$

$$31. \ y'' - \frac{x}{1-x^2} y' + \frac{1}{1-x^2} y = 0, |x| < 1$$

víme-li, že  $y_1(x) = x$  řeší homog. rovnici

$$32. \ y'' - 4y' + 5y = \cos 2x$$

$$33. \ y'' - 5y' + 4y = (x^2 + 1)e^x; \ y(0) = 5, \ y'(0) = \frac{43}{27}$$

$$34. \ y'' + 3y' - 4y = x^2 e^{-3x}$$

$$35. \ y'' - 3y' + 2y = 2e^x \cos x$$

$$36. \ (x+2)y'' - y' = 2xy'^2$$

# Diferenciální rovnice 2. řádu

## Výsledky

1.  $y = k \int e^{-\frac{1}{x}} dx + c ; x \neq 0$
2.  $y = \frac{c_1}{4} x^2 + c_2 x + c_3 ; 1 + c_2^2 = c_1 c_3$
3.  $y = \frac{1}{8} x^4 + \frac{1}{2} c_1 x^2 + c_2$
4.  $y = \frac{1}{2} c_1 x^2 + \frac{1}{4} c_1^2 x + c_2$   
 $y = -\frac{1}{3} x^3 + c$
5.  $y = \frac{dx+c-1}{dx+c}$   
 $y \equiv k \neq 1$
6.  $y = \frac{2}{5} x^3 + \frac{74}{125} x^{-2} + \frac{1}{10} x^3 \ln^2 x + \frac{1}{25} x^3 (\frac{1}{5} - \ln x)$
7.  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} (3x + 1)$
8.  $y = c_1 x + c_2 (x^2 - 1)$
9.  $e^x \cos \sqrt{3}x , e^x \sin \sqrt{3}x$   
 (tzn.  $y = c_1 e^x \cos \sqrt{3}x + c_2 e^x \sin \sqrt{3}x$ )
10.  $e^{\frac{2+\sqrt{19}}{3}x} , e^{\frac{2-\sqrt{19}}{3}x}$
11.  $1 , e^{6x}$
12.  $e^{-x} , x e^{-x}$
13.  $e^{2x} , x e^{2x}$
14.  $e^{\sqrt{2}x} , e^{-\sqrt{2}x}$
15.  $e^{3x} , x e^{3x}$
16.  $\cos \sqrt{8}x , \sin \sqrt{8}x$
17.  $y = \frac{5}{3} e^x + \frac{1}{3} e^{-2x}$
18.  $y = c_1 e^{6x} + c_2 e^x - \frac{1}{26} e^x (\sin x - 5 \cos x)$
19.  $y = \frac{1}{12} x e^{-2x} + \frac{1}{24} e^{-2x} + c_1 e^x \cos \sqrt{3}x + c_2 e^x \sin \sqrt{3}x$

$$20. \ y = c_1 + c_2 e^{4x} - x - \frac{1}{4}$$

$$21. \ y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$$

$$22. \ y = c_1 + c_2 e^x - e^x + x e^x$$

$$23. \ y = c_1 e^x + c_2 x e^x + \left( \frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{10} x^5 \right) e^x$$

$$24. \ y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{36} - \frac{1}{6} x + \frac{1}{5} x e^{2x}$$

$$25. \ y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x} - \frac{1}{9} x^2 - \frac{4}{27} x + \frac{1}{27}$$

$$26. \ y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x} + \frac{1}{36} (x + \frac{1}{3}) e^{-3x}$$

$$27. \ y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x} + \frac{1}{169} (5 \sin 2x + 12 \cos 2x)$$

$$28. \ y = (e^x - e^{-x}) \ln(e^x - 1) - x e^x - 1 + c_1 e^x + c_2 e^{-x}$$

29. ???

30. ???

31. ???

32. ???

33. ???

34. ???

35. ???

36. ???