

Backpropagation

Josef Nový

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Obsah prezentace

Testovaná síť

- Popis sítě
- Příprava dat
- Výpočet odpovědi sítě

Obsah prezentace

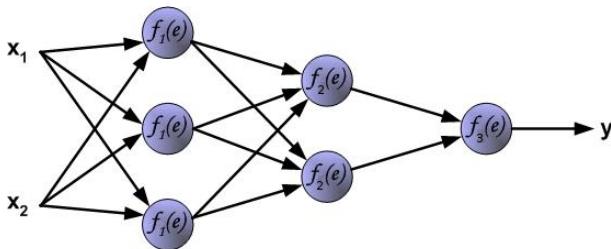
Testovaná síť

- Popis sítě
- Příprava dat
- Výpočet odpovědi sítě

Učení

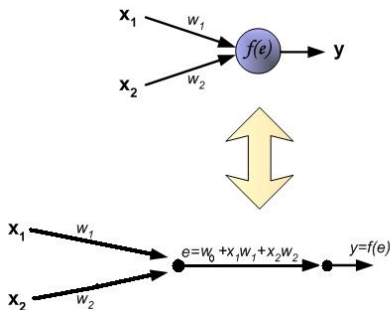
- Průchod zpět
- Změna vah
- Výsledky po n iteracích

Sít'



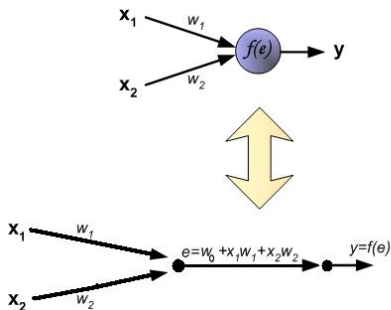
- Třívrstvá neuronová síť
- Dva vstupy x_1 a x_2

Popis neuronu



- Suma $\sum_{i=0}^n (x_i \cdot w_i)$ dále jen e

Popis neuronu



- Suma $\sum_{i=0}^n (x_i \cdot w_i)$ dále jen e
- Aktivační funkce f

Příprava dat

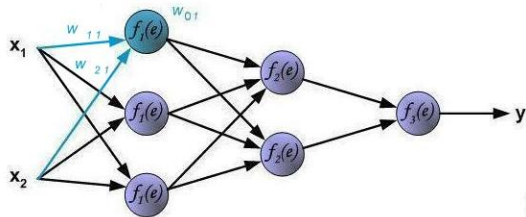
- standardizace rozpětím

$$X_{ij}^{new} = \frac{X_{ij} - m_j}{M_j - m_j}$$

$$m_j = \min(X_{kj}), M_j = \max(X_{kj})$$

vzory		vzory po úpravě	
x_1	x_2	x_1	x_2
5	2	0,17	0
3	4	0	0,2
10	12	0,58	1
15	11	1	0,9

Výpočet odpovědi sítě

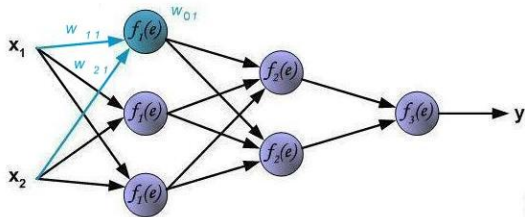


$$y_1 = f_1(w_{01} + w_{11}x_1 + w_{21}x_2)$$

váhy neuronů

čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Výpočet odpovědi sítě

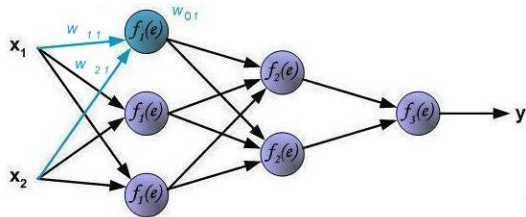


$$\begin{aligned}
 y_1 &= f_1(w_{01} + w_{11}x_1 + w_{21}x_2) \\
 &= \tanh(0,6 + 0,2 \cdot 0,16 + 0,8 \cdot 0)
 \end{aligned}$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Výpočet odpovědi sítě

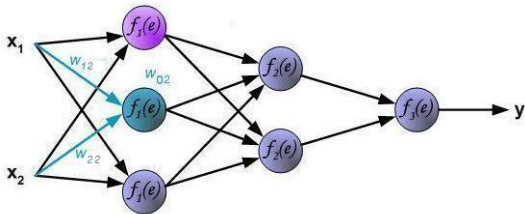


$$\begin{aligned}
 y_1 &= f_1(w_{01} + w_{11}x_1 + w_{21}x_2) \\
 &= \tanh(0,6 + 0,2 \cdot 0,16 + 0,8 \cdot 0) \\
 &= 0,56
 \end{aligned}$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Výpočet odpovědi sítě



$$y_2 = f_1(w_{02} + w_{12}x_1 + w_{22}x_2)$$

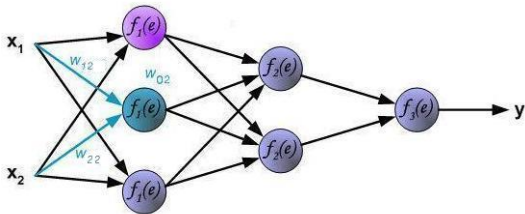
váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_2 &= f_1(w_{02} + w_{12}x_1 + w_{22}x_2) \\
 &= \tanh(0,2 + 0,2 \cdot 0,16 + 0,6 \cdot 0)
 \end{aligned}$$

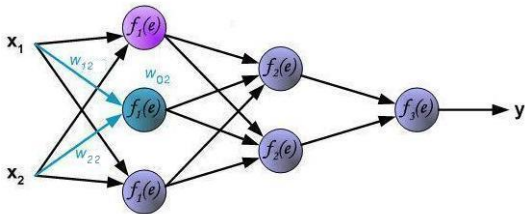
váhy neuronů

čn \ cv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_2 &= f_1(w_{02} + w_{12}x_1 + w_{22}x_2) \\
 &= \tanh(0,2 + 0,2 \cdot 0,16 + 0,6 \cdot 0) \\
 &= 0,229
 \end{aligned}$$

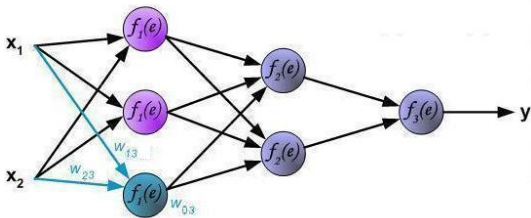
váhy neuronů

čn \ cv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$y_3 = f_1(w_{03} + w_{13}x_1 + w_{23}x_2)$$

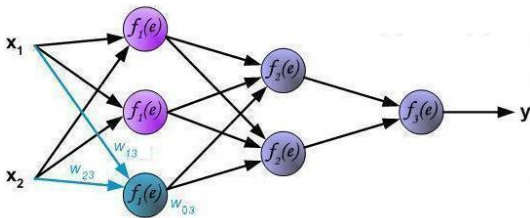
váhy neuronů

čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

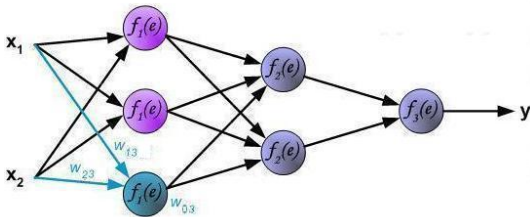
Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_3 &= f_1(w_{03} + w_{13}x_1 + w_{23}x_2) \\
 &= \tanh(0,3 + 0,8 \cdot 0,16 + 0,7 \cdot 0)
 \end{aligned}$$

váhy neuronů				
čn \ cv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_3 &= f_1(w_{03} + w_{13}x_1 + w_{23}x_2) \\
 &= \tanh(0,3 + 0,8 \cdot 0,16 + 0,7 \cdot 0) \\
 &= 0,408
 \end{aligned}$$

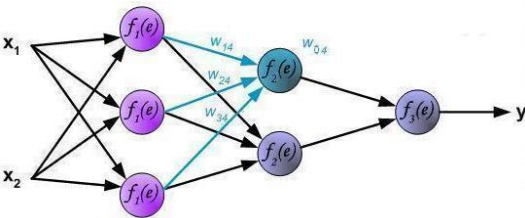
váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$y_4 = f_2(w_{04} + w_{14}y_1 + w_{24}y_2 + w_{34}y_3)$$

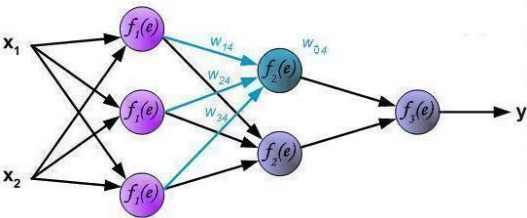
váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_4 &= f_2(w_{04} + w_{14}y_1 + w_{24}y_2 + w_{34}y_3) \\
 &= \tanh(0,1 + 1,0 \cdot 0,56 + 0,5 \cdot 0,229 + 0,9 \cdot 0,408)
 \end{aligned}$$

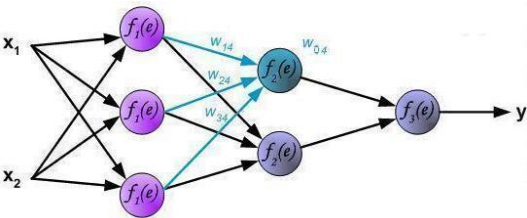
váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

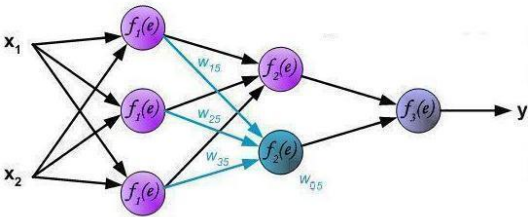
Výpočet odpovědi sítě



váhy neuronů				
čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

$$\begin{aligned}
 y_4 &= f_2(w_{04} + w_{14}y_1 + w_{24}y_2 + w_{34}y_3) \\
 &= \tanh(0,1 + 1,0 \cdot 0,56 + 0,5 \cdot 0,229 + 0,9 \cdot 0,408) \\
 &= 0,815
 \end{aligned}$$

Výpočet odpovědi sítě



$$y_5 = f_2(w_{05} + w_{15}y_1 + w_{25}y_2 + w_{35}y_3)$$

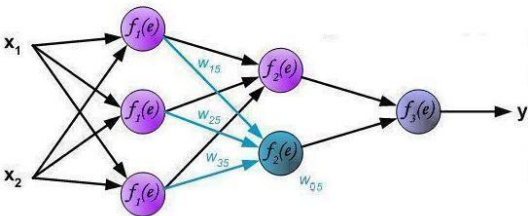
váhy neuronů

čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_5 &= f_2(w_{05} + w_{15}y_1 + w_{25}y_2 + w_{35}y_3) \\
 &= \tanh(0,9 + 0,3 \cdot 0,56 + 0,5 \cdot 0,229 + 0,6 \cdot 0,408)
 \end{aligned}$$

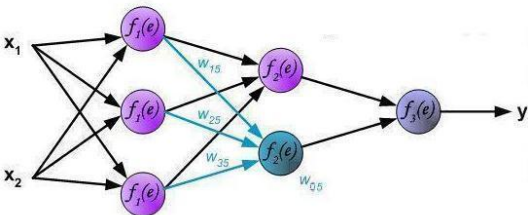
váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1	0,9	-1

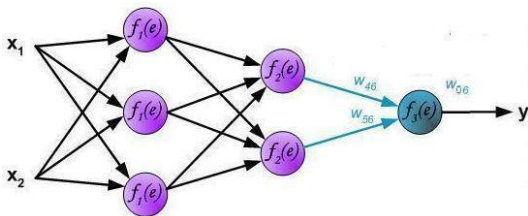
Výpočet odpovědi sítě



váhy neuronů				
čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

$$\begin{aligned}
 y_5 &= f_2(w_{05} + w_{15}y_1 + w_{25}y_2 + w_{35}y_3) \\
 &= \tanh(0,9 + 0,3 \cdot 0,56 + 0,5 \cdot 0,229 + 0,6 \cdot 0,408) \\
 &= 0,891
 \end{aligned}$$

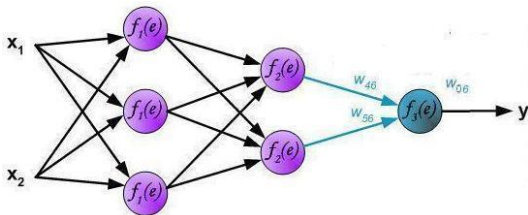
Výpočet odpovědi sítě



$$y_6 = f_3(w_{06} + w_{46}y_4 + w_{56}y_5)$$

váhy neuronů				
čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

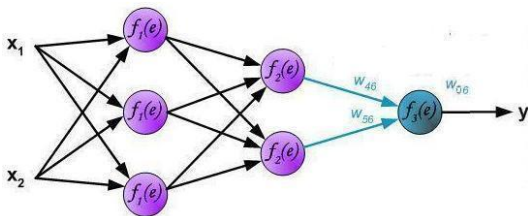
Výpočet odpovědi sítě



$$\begin{aligned}
 y_6 &= f_3(w_{06} + w_{46}y_4 + w_{56}y_5) \\
 &= \tanh(0,2 + 0,8 \cdot 0,815 + 0,5 \cdot 0,891)
 \end{aligned}$$

váhy neuronů				
čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Výpočet odpovědi sítě

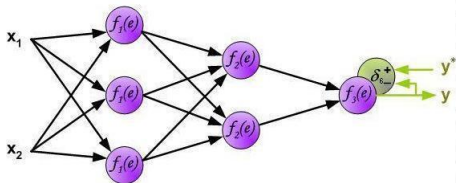


$$\begin{aligned}
 y_6 &= f_3(w_{06} + w_{46}y_4 + w_{56}y_5) \\
 &= \tanh(0,2 + 0,8 \cdot 0,815 + 0,5 \cdot 0,891) \\
 &= 0,861
 \end{aligned}$$

váhy neuronů				
čn\čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	
vzory po úpravě				
x_0	x_1	x_2	y^*	
1	0,17	0	1	
1	0	0,2	1	
1	0,58	1	-1	
1	1	0,9	-1	

Průchod zpět

Výpočet delta výstupu

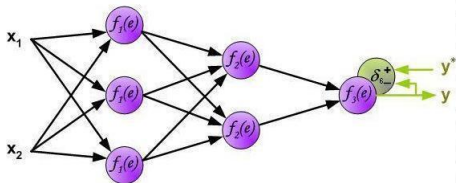


$$\delta_6 = (y^* - y_6) \cdot (1 - y_6^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036					

Průchod zpět

Výpočet delta výstupu

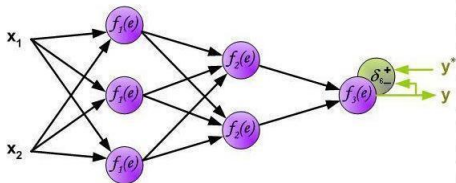


$$\begin{aligned}\delta_6 &= (y^* - y_6) \cdot (1 - y_6^2) \\ &= (1 - 0,861) \cdot (1 - 0,861^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036					

Průchod zpět

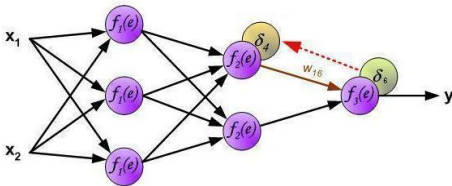
Výpočet delta výstupu



$$\begin{aligned} \delta_6 &= (y^* - y_6) \cdot (1 - y_6^2) \\ &= (1 - 0,861) \cdot (1 - 0,861^2) \\ &= 0,036 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036					

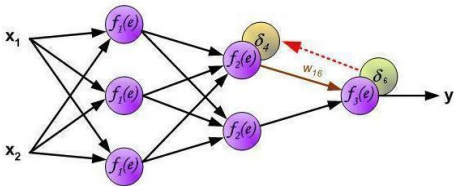
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\delta_4 = (w_{16}\delta_5) \cdot (1 - y_4^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036		0,06			

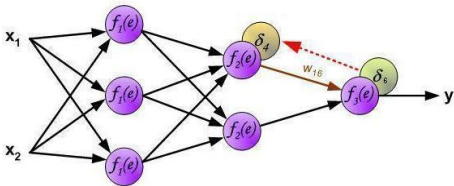
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\begin{aligned}\delta_4 &= (w_{16}\delta_5) \cdot (1 - y_4^2) \\ &= (0,8 \cdot 0,036) \cdot (1 - 0,82^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036		0,06			

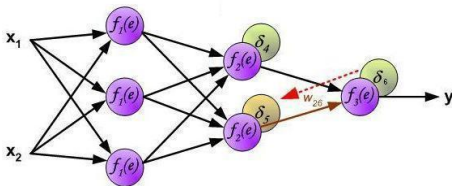
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\begin{aligned}\delta_4 &= (w_{16}\delta_5) \cdot (1 - y_4^2) \\ &= (0,8 \cdot 0,036) \cdot (1 - 0,82^2) \\ &= 0,06\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036		0,06			

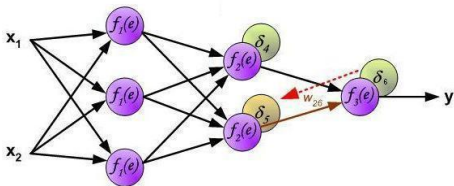
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\delta_5 = (w_{26}\delta_6) \cdot (1 - y_5^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			

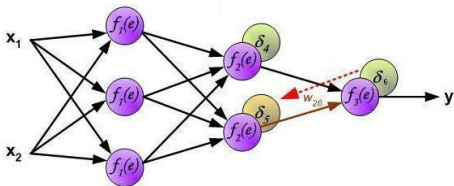
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\begin{aligned}\delta_5 &= (w_{26}\delta_6) \cdot (1 - y_5^2) \\ &= (0,5 \cdot 0,14) \cdot (1 - 0,89^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			

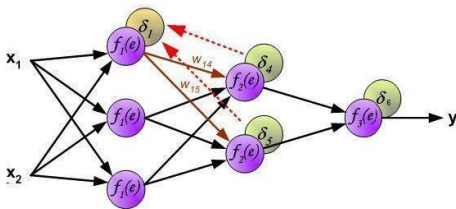
Výpočet delta neuronů v druhé skryté vrstvě



$$\begin{aligned}
 \delta_5 &= (w_{26}\delta_6) \cdot (1 - y_5^2) \\
 &= (0,5 \cdot 0,14) \cdot (1 - 0,89^2) \\
 &= 0,06
 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			

Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě

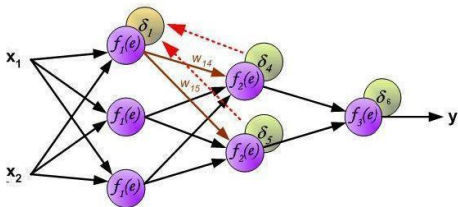


$$\delta_1 = (w_{14}\delta_4 + w_{15}\delta_5) \cdot (1 - y_1^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			0,06

Průchod zpět

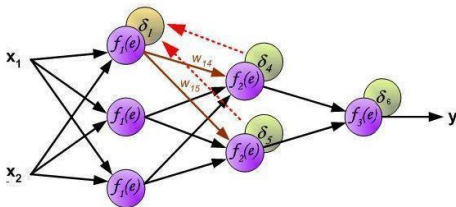
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\begin{aligned}\delta_1 &= (w_{14}\delta_4 + w_{15}\delta_5) \cdot (1 - y_1^2) \\ &= (1 \cdot 0,11 + 0,3 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,56^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			0,06

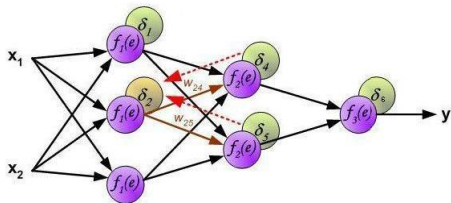
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= (w_{14}\delta_4 + w_{15}\delta_5) \cdot (1 - y_1^2) \\
 &= (1 \cdot 0,11 + 0,3 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,56^2) \\
 &= 0,06
 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06			0,06

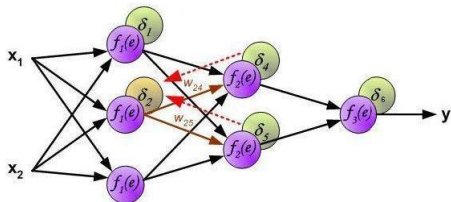
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\delta_2 = (w_{24}\delta_4 + w_{25}\delta_5) \cdot (1 - y_2^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06		0,06	0,06

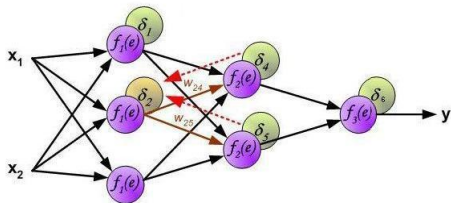
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\begin{aligned}\delta_2 &= (w_{24}\delta_4 + w_{25}\delta_5) \cdot (1 - y_2^2) \\ &= (0,5 \cdot 0,11 + 0,5 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,23^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06		0,06	0,06

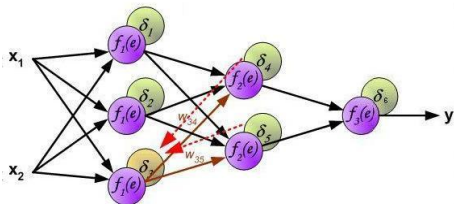
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\begin{aligned}
 \delta_2 &= (w_{24}\delta_4 + w_{25}\delta_5) \cdot (1 - y_2^2) \\
 &= (0,5 \cdot 0,11 + 0,5 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,23^2) \\
 &= 0,06
 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x0	x1	x2	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06		0,06	0,06

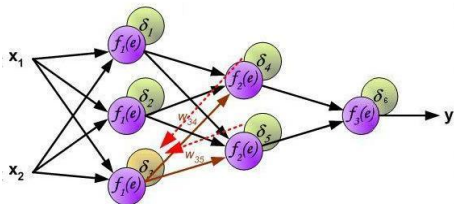
Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\delta_3 = (w_{34}\delta_4 + w_{35}\delta_5) \cdot (1 - y_3^2)$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě

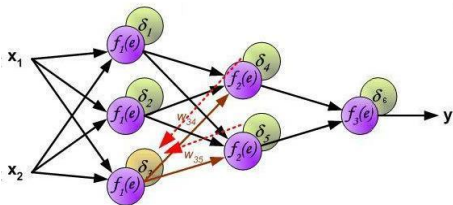


$$\begin{aligned}\delta_3 &= (w_{34}\delta_4 + w_{35}\delta_5) \cdot (1 - y_3^2) \\ &= (0,9 \cdot 0,11 + 0,6 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,41^2)\end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Průchod zpět

Výpočet delta neuronů v první skryté vrstvě



$$\begin{aligned}
 \delta_3 &= (w_{34}\delta_4 + w_{35}\delta_5) \cdot (1 - y_3^2) \\
 &= (0,9 \cdot 0,11 + 0,6 \cdot 0,07) \cdot (1 - 0,41^2) \\
 &= 0,06
 \end{aligned}$$

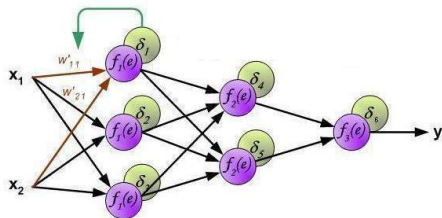
váhy neuronů				
čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě			
x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
y	0,86	0,89	0,82	0,41	0,23	0,56
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



$$w'_{01} = w_{01} + \lambda \delta_1 x_0$$

$$w'_{11} = w_{11} + \lambda \delta_1 x_1$$

$$w'_{21} = w_{21} + \lambda \delta_1 x_2$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

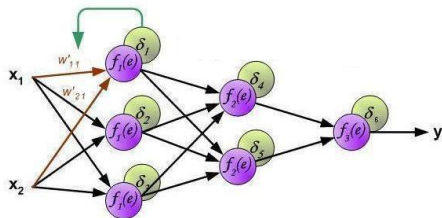
vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ

čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



$$\begin{aligned} w'_{01} &= w_{01} + \lambda \delta_1 x_0 \\ &= 0,6 + 1 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,606 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'_{11} &= w_{11} + \lambda \delta_1 x_1 \\ &= 0,2 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,17 = 0,201 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'_{21} &= w_{21} + \lambda \delta_1 x_2 \\ &= 0,8 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0 = 0,8 \end{aligned}$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

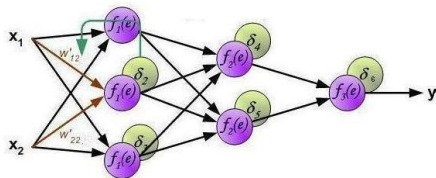
x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ

čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



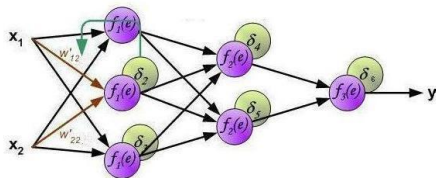
$$w'_{02} = w_{02} + \lambda \delta_2 x_0$$

$$w'_{12} = w_{12} + \lambda \delta_2 x_1$$

$$w'_{22} = w_{22} + \lambda \delta_2 x_2$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



$$\begin{aligned} w'_{02} &= w_{02} + \lambda \delta_2 x_0 \\ &= 0,2 + 1 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,206 \end{aligned}$$

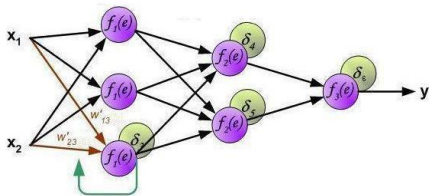
$$\begin{aligned} w'_{12} &= w_{12} + \lambda \delta_2 x_1 \\ &= 0,2 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,17 = 0,201 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'_{22} &= w_{22} + \lambda \delta_2 x_2 \\ &= 0,6 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0 = 0,6 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



$$w'_{03} = w_{03} + \lambda \delta_3 x_0$$

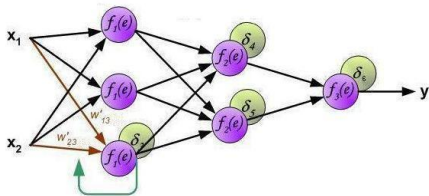
$$w'_{13} = w_{13} + \lambda \delta_3 x_1$$

$$w'_{23} = w_{23} + \lambda \delta_3 x_2$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2		y^*		
1	0,17	0		1		
1	0,00	0,2		1		
1	0,58	1		-1		
1	1,00	0,9		-1		
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů první skryté vrstvy



$$\begin{aligned} w'_{03} &= w_{03} + \lambda \delta_3 x_0 \\ &= 0,3 + 1 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,306 \end{aligned}$$

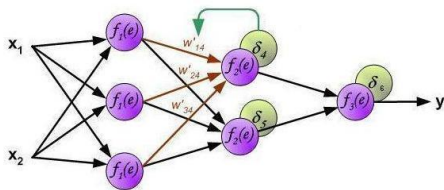
$$\begin{aligned} w'_{13} &= w_{13} + \lambda \delta_3 x_1 \\ &= 0,8 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,17 = 0,801 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'_{23} &= w_{23} + \lambda \delta_3 x_2 \\ &= 0,7 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0 = 0,7 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů druhé skryté vrstvy



$$w'_{04} = w_{04} + \lambda \delta_4 y_0$$

$$w'_{14} = w_{14} + \lambda \delta_4 y_1$$

$$w'_{24} = w_{24} + \lambda \delta_4 y_2$$

$$w'_{34} = w_{34} + \lambda \delta_4 y_3$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

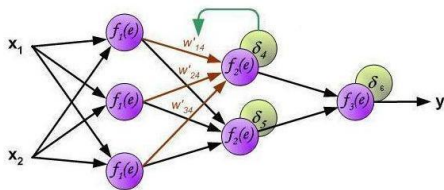
x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ

čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů druhé skryté vrstvy

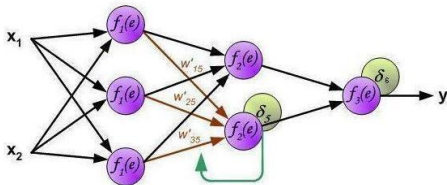


$$\begin{aligned}
 w'_{04} &= w_{04} + \lambda \delta_4 y_0 \\
 &= 0,1 + 1 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,160 \\
 w'_{14} &= w_{14} + \lambda \delta_4 y_1 \\
 &= 1 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,56 = 1,034 \\
 w'_{24} &= w_{24} + \lambda \delta_4 y_2 \\
 &= 0,5 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,23 = 0,514 \\
 w'_{34} &= w_{34} + \lambda \delta_4 y_3 \\
 &= 0,9 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,41 = 0,925
 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ čv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x ₀	x ₁	x ₂	y*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů druhé skryté vrstvy



$$w'_{05} = w_{05} + \lambda \delta_5 y_0$$

$$w'_{15} = w_{15} + \lambda \delta_5 y_1$$

$$w'_{25} = w_{25} + \lambda \delta_5 y_2$$

$$w'_{35} = w_{35} + \lambda \delta_5 y_3$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

vzory po úpravě

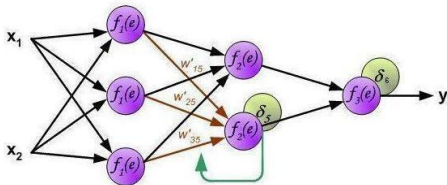
x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ

čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah

Změna vah neuronů druhé skryté vrstvy



$$\begin{aligned}
 w'_{05} &= w_{05} + \lambda \delta_5 y_0 \\
 &= 0,9 + 1 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,96 \\
 w'_{15} &= w_{15} + \lambda \delta_5 y_1 \\
 &= 0,3 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,56 = 0,334 \\
 w'_{25} &= w_{25} + \lambda \delta_5 y_2 \\
 &= 0,5 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,23 = 0,514 \\
 w'_{35} &= w_{35} + \lambda \delta_5 y_3 \\
 &= 0,6 + 1 \cdot 0,06 \cdot 0,41 = 0,625
 \end{aligned}$$

váhy neuronů

čn \ čv	0	1	2	3
1	0,6	0,2	0,8	
2	0,2	0,2	0,6	
3	0,3	0,8	0,7	
4	0,1	1	0,5	0,9
5	0,9	0,3	0,5	0,6
6	0,2	0,8	0,5	

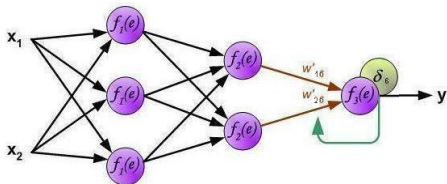
vzory po úpravě

x_0	x_1	x_2	y^*
1	0,17	0	1
1	0,00	0,2	1
1	0,58	1	-1
1	1,00	0,9	-1

chyby δ

čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah výstupního neuronu



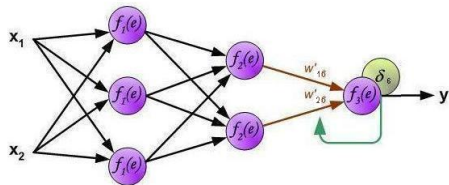
$$w'_{06} = w_{06} + \lambda \delta_6 y_0$$

$$w'_{16} = w_{16} + \lambda \delta_6 y_1$$

$$w'_{26} = w_{26} + \lambda \delta_6 y_2$$

váhy neuronů						
čn \ cv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Změna vah výstupního neuronu



$$\begin{aligned} w'_{06} &= w_{06} + \lambda \delta_6 y_0 \\ &= 0,2 + 1 \cdot 0,036 \cdot 1 = 0,27 \\ w'_{16} &= w_{16} + \lambda \delta_6 y_1 \\ &= 0,8 + 1 \cdot 0,036 \cdot 0,82 = 0,857 \\ w'_{26} &= w_{26} + \lambda \delta_6 y_2 \\ &= 0,5 + 1 \cdot 0,036 \cdot 0,89 = 0,562 \end{aligned}$$

váhy neuronů						
čn \ cv	0	1	2	3		
1	0,6	0,2	0,8			
2	0,2	0,2	0,6			
3	0,3	0,8	0,7			
4	0,1	1	0,5	0,9		
5	0,9	0,3	0,5	0,6		
6	0,2	0,8	0,5			
vzory po úpravě						
x_0	x_1	x_2	y^*			
1	0,17	0	1			
1	0,00	0,2	1			
1	0,58	1	-1			
1	1,00	0,9	-1			
chyby δ						
čn	6	5	4	3	2	1
δ	0,036	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06

Výsledky po n iteracích

$n = 10$					$n = 100$				
váhy neuronů					váhy neuronů				
neuron	0	1	2	3	neuron	0	1	2	3
1	0,7584	-0,4988	-0,1355		1	0,7753	-0,6524	-0,3123	
2	-0,1455	-0,925	-0,8093		2	0,2780	-0,9492	-0,8132	
3	0,2654	0,3078	0,05961		3	0,3279	0,2686	0,0179	
4	-0,1115	1,2400	1,7703	0,4539	4	-0,0028	1,3351	1,8042	0,4781
5	0,4989	0,0351	0,5576	0,3566	5	0,4991	0,0369	0,5603	0,3561
6	-0,5123	1,9652	0,0159		6	-0,4441	2,0170	0,0536	
vzory + odpovědi					vzory + odpovědi				
x_1	x_2	y^*	y		x_1	x_2	y^*	y	
5	2	1	0,347		5	2	1	0,934	
3	4	1	0,371		3	4	1	0,935	
10	12	-1	-0,933		10	12	-1	-0,923	
15	11	-1	-0,95		15	11	-1	-0,95	

$n = 1000$					$n = 10000$				
váhy neuronů					váhy neuronů				
neuron	0	1	2	3	neuron	0	1	2	3
1	0,7376	-0,7600	-0,4527		1	0,7137	-0,8442	-0,5625	
2	0,4403	-0,9821	-0,8602		2	0,5446	-1,0181	-0,9107	
3	0,3395	0,2390	-0,0204		3	0,3428	0,2111	-0,0557	
4	0,0067	1,3579	1,8318	0,4781	4	0,0124	1,3726	1,8486	0,4788
5	0,4980	0,0387	0,5635	0,3553	5	0,4965	0,0409	0,5667	0,3544
6	-0,4309	2,0332	0,0632		6	-0,4229	2,0441	0,0695	
vzory + odpovědi					vzory + odpovědi				
x_1	x_2	y^*	y		x_1	x_2	y^*	y	
5	2	1	0,952		5	2	1	0,959	
3	4	1	0,952		3	4	1	0,958	
10	12	-1	-0,944		10	12	-1	-0,953	
15	11	-1	-0,958		15	11	-1	-0,961	

Literatura



Ryszard Tadeusiewicz

"Sieci neuronowe"

Kraków , 1992.



R. Rojas

"Neural Networks"

Berlin , 1996.