EKONOMETRIE – 5. přednáška
Modely tržní rovnováhy

- Na trhu se střetávají výrobci a spotřebitelé
- Rovnováha: jsou spokojeni s množstvím i cenou komodity a nemají zájem měnit svá současná rozhodnutí

<u>Modely tržní rovnováhy při dokonalé konkurenci</u>

- Dokonalá konkurence je tržní struktura, ve které se střetává velké množství výrobců a spotřebitelů a žádný účastník nemůže významným způsobem ovlivnit cenu
- Další předpoklady: homogennost produktu, vyráběného identickými procesy, volný vstup do odvětví, dokonalá informace.
- Dílčí ekonomická rovnováha: zajímáme se o dosažení rovnováhy na trhu jednoho zboží, nikoliv celém národním hospodářství

<u>Statické modely</u>

- Model tržní rovnováhy pro jednu komoditu:
- Spotřebitelé s poptávkovou funkcí $q_d = f(p)$
- Výrobci s nabídkovou funkcí $q_s = g(p)$
- Model tržní rovnováhy v závislosti na ceně daného zboží:
- $q_d = f(p)$ … rovnice chování spotřebitele
- $q_s = g(p)$ … rovnice chování výrobce
- $q_d = q_s$ … definiční rovnice popisující podmínkou rovnováhy
- Pro jednoduchost předpokládejme, že poptávková i nabídková funkce jsou lineární funkce v závislosti na ceně komodity.

$$q_d = a_0 + a_1\,p$$
$$q_s = b_0 + b_1\,p$$

- Poptávková funkce je klesající ($a_1 < 0$) s cenou komodity
- Nabídková funkce je rostoucí ($b_1 > 0$) s cenou komodity
- Z podmínky rovnováhy: $a_0 + a_1\,p = b_0 + b_1\,p$ určíme rovnovážnou cenu a rovnovážné množství: $p = \dfrac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1}$, $q_s = q_d = \dfrac{a_0 b_1 - a_1 b_0}{b_1 - a_1}$

- Dojde-li ke změně parametru, např. v poptávkové funkci, změní se rovnovážné řešení
- Nový model predikuje nové hodnoty proměnných pro dosažení rovnováhy, ale nevysvětluje, co způsobilo posun poptávkové křivky
- Mění-li se parametry ("proměnlivé" konstanty), mění se i hodnoty proměnných pro dosažení rovnováhy.

- Pozn.: Zajímá nás stará rovnováha a nová rovnováha, ne čas požadovaný pro změnu nebo trajektorii v čase od staré rovnováhy k nové rovnováze.
- Je-li model rozšířen o exogenní proměnné, může být změna v rovnovážných hodnotách endogenních proměnných vysvětlena změnami v exogenních proměnných.
- Označme cenu komodity p_1.
- Vezměme model tržní rovnováhy s exogenními proměnnými:
  - cenou jiné komodity p_2 a
  - příjmem spotřebitelů y,
- Obě dvě exogenní proměnné jsou parametry poptávkové rovnice.
- Obecně můžeme model rovnováhy potom zapsat ve tvaru:

$$q_d = f(p_1, p_2, y)$$
$$q_s = g(p_1)$$
$$p_2 = \overline{p_2}$$
$$y = \overline{y}$$
$$q_d = q_s$$

- Pro lineární závislosti má model tržní rovnováhy následující tvar:

$$q_d = a_0 + a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 y$$
$$q_s = b_0 + b_1 p_1$$
$$p_2 = \overline{p_2}$$
$$y = \overline{y}$$
$$q_d = q_s$$

- Řešením této soustavy pro endogenní proměnné dostáváme redukovaný tvar soustavy rovnic
  - obsahuje u každé rovnice na levé straně endogenní proměnnou
  - a na pravé straně exogenní proměnné
  - $p = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1} + \frac{a_2}{b_1 - a_1} p_2 + \frac{a_3}{b_1 - a_1} y$,
  - $q_s = q_d = \frac{a_0 b_1 - a_1 b_0}{b_1 - a_1} + \frac{b_1 a_2}{b_1 - a_1} p_2 + \frac{b_1 a_3}{b_1 - a_1} y$.
- Určeme derivace ceny komodity p_1 a množství q_s podle příjmu y :

$$\frac{dp}{dy} = \frac{a_3}{b_1 - a_1}$$
$$\frac{dq}{dy} = \frac{b_1 a_3}{b_1 - a_1}$$

- Za předpokladu $a_3 > 0$, $a_1 < 0$, $b_1 > 0$, obě derivace mají stejné znaménko
- Dá se tedy predikovat, že změna příjmu y zvýší rovnovážnou cenu a rovnovážné množství stejným směrem.

- Obdobným způsobem by se mohla provést analýza rovnovážné ceny a množství v důsledku změny ceny jiné komodity.
- Znaménka derivací závisí na znaménku koeficientu a_2 a tudíž na tom, zda je jiná komodita komplementárním či substitučním zbožím.
- Změna množství s ohledem na změnu ceny se musí pohybovat po nabídkové křivce, což můžeme ověřit pomocí derivace
$$\frac{dq}{dp} = \frac{dq}{dy} \cdot \frac{dy}{dp} = \frac{b_1 a_3}{b_1 - a_1} \cdot \frac{b_1 - a_1}{a_3} = b_1 .$$
- Celkový výsledek změny v příjmu y posune poptávkovou křivku a generuje novou rovnovážnou cenu a množství na nabídkové křivce.

<u>Dynamické modely</u>

Dynamické modely popisují vývoj v čase. Popisují trajektorii vývoje ceny a množství. Dynamické modely rovnováhy rozdělujeme na diskrétní a spojité.

Diskrétní dynamický model rovnováhy

- Diskrétní dynamické modely popisují změny v diskrétních časových okamžicích t = 0, 1, 2, …
- Jednoduchým diskrétním dynamickým modelem pro trh s jednou komoditou je tzv. pavučinový model
- V lineárním případě má tvar:
$$q_{dt} = a_0 + a_1 p_t$$
$$q_{st} = b_0 + b_1 p_{t-1}$$
$$q_{dt} = q_{st}$$
- Množství a ceny v závislosti na časovém okamžiku t.
- Nabídka v čase t závisí na ceně v předchozím časovém období t-1.
- Poptávka v čase t závisí na ceně ve stejném časovém období t.
- Z podmínky rovnováhy: $a_0 + a_1 p_t = b_0 + b_1 p_{t-1}$ dostáváme diferenční rovnici prvního řádu pro cenu p_t:
$$p_t - \frac{b_1}{a_1} p_{t-1} + \frac{a_0 - b_0}{a_1} = 0 .$$
- Při existenci rovnováhy nezávisí rovnovážná cena p^* na čase a z podmínky rovnováhy: $a_0 + a_1 p^* = b_0 + b_1 p^*$ dostáváme hodnotu této rovnovážné ceny:
$$p^* = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1} .$$
- Řešení této diferenční rovnice pro zadanou počáteční cenu p_0 v období t = 0 má potom tvar: $p_t = p^* + (p_0 - p^*)\left(\frac{b_1}{a_1}\right)^t$

- Říkáme, že pavučina je konvergentní, jestliže trajektorie ceny a množství v čase konverguje k rovnovážné ceně a rovnovážnému množství.
- Podmínka konvergence je $\left|\frac{b_1}{a_1}\right| < 1$.
- Graficky je trajektorie vývoje ceny a množství zachycena na obr. – nakreslit obrázek
- Říkáme, že pavučina je divergentní, jestliže trajektorie ceny a množství v čase nekonverguje k rovnovážné ceně a rovnovážnému množství a rozdíly mezi hodnotami po sobě následujících období se zvětšují.
- Pavučina diverguje, jestliže

$$\left|\frac{b_1}{a_1}\right| > 1$$

- Graficky je trajektorie vývoje ceny a množství zachycena na obr. – nakreslit

Spojitý dynamický model rovnováhy

- Čas spojitou proměnnou
- Předpokládáme, že se cena p(t) mění spojitě v závislosti na čase
- Model je popsán dynamickými rovnicemi chování spotřebitele a výrobce
- a je doplněn rovnicí rychlosti změny ceny v čase jako součinu konstanty c a rozdílu poptávky a nabídky

$$q_d = a_0 + a_1 p(t)$$
$$q_s = b_0 + b_1 p(t)$$
$$\frac{dp}{dt} = c(q_d - q_s)$$

- U dynamických modelů nás zajímá dosažená rovnovážná situace a vývoj ceny v čase.
- V rovnovážné situaci musí platit: $a_0 + a_1 p^* = b_0 + b_1 p^*$,
- z toho dostáváme rovnovážnou cenu: $p^* = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1}$
- a rovnovážné množství: $q^* = \frac{a_0 b_1 - a_1 b_0}{b_1 - a_1}$.
- Vývoj ceny v čase je popsán rychlostí změny
- Po dosazení poptávky a nabídky dostáváme:

$$\frac{dp}{dt} = c(q_d - q_s)$$

- Což po úpravě můžeme psát jako (odvodit)

$$\frac{dp}{dt} = c[(b_1 - a_1)(p* - p(t))]$$

- Řešení této diferenciální rovnice pro zadanou počáteční cenu p_0 má potom tvar: $p(t) = p^* + (p_0 – p^*)e^{-\lambda t}$ kde $\lambda = c (b_1 - a_1)$.
- Vývoj ceny v čase je graficky znázorněn na obr. - nakreslit

Modely tržní rovnováhy při nedokonalé konkurenci

- Nedokonalá konkurence je situace na trhu, kdy nejsou splněny podmínky dokonalé konkurence.
- Příklad: monopol, duopol a oligopol.

Monopol

- Na trhu je jediný výrobce a velké množství spotřebitelů
- Monopolní firma ovlivňuje cenu velikostí nabídky, s růstem nabídky cena klesá
- V porovnání s konkurenční firmou monopolní firma omezuje výrobu a dosahuje při tom vyšší ceny a zisky.
- Poptávka je klesající funkcí v závislosti na ceně produktu: $q = f(p)$
- Z vlastností poptávkové funkce plyne, že její derivace je záporná $\frac{dq}{dp} < 0$
- tj. s růstem ceny klesá poptávka.
- K poptávkové funkci existuje funkce inverzní, která vyjadřuje závislost ceny na velikosti nabídky: $p = g(q)$
- Z vlastností inverzní funkce plyne $\frac{dp}{dq} < 0$, tj. s růstem nabídky klesá cena
- Příjmová funkce firmy je obecně definována jako součin ceny a objemu prodané produkce: $R(q) = pq$
- Mezní příjem udává velikost změny příjmu v důsledku jednotkové změny objemu produkce a jeho hodnotu dostaneme jako derivaci příjmové funkce podle objemu produkce $MR = \frac{dR}{dq}$.
- Pro monopolní firmu však cena závisí na velikosti produkce a její příjem je: $R(q) = pq = g(q)\,q$.
- Mezní příjem udává, jak se změní příjem při jednotkové změně produkce a podle pravidla o derivaci součinu funkcí je roven: $MR = \frac{dR}{dq} = p + q \cdot \frac{dp}{dq}$
- Vzhledem k záporné derivaci funkce p a kladnému množství q: $q \cdot \frac{dp}{dq} < 0$ a tudíž $MR < p$
- tj. u monopolu je mezní příjem firmy menší než cena produkce.

- Nákladová funkce monopolu je rostoucí v závislosti na objemu produkce: C(q)
- Mezní náklady udávají, jak se změní celkové náklady firmy v důsledku zvýšení výroby o jednotku: $MC = \frac{dC}{dq}$.
- Zisková funkce monopolu závisí na objemu produkce q:
  zisk z(q) = pq – C(q) = g(q) q – C(q) = R(q) – C(q).
- Cílem monopolu je maximalizace zisku.
- Pro ziskovou funkci musí být splněna podmínka 1.řádu:
  $\frac{dR(q)}{dq} = \frac{dR(q)}{dq} - \frac{dC(q)}{dq} = 0$
- což znamená že v bodě maxima musí být mezní příjem roven mezním nákladům: $\frac{dR(q)}{dq} = \frac{dC(q)}{dq}$.
- S použitím odvozené hodnoty pro mezní příjem: $p + q \cdot \frac{dp}{dq} = \frac{dC(q)}{dq}$
- a odtud: $p > \frac{dC(q)}{dq}$
- tj. cena je větší než mezní náklady.
- Zatímco v případě konkurenční firmy platí $p = \frac{dC(q)}{dq}$.
- Pro maximalizaci zisku musí být splněna i podmínka 2.řádu: $\frac{d^2R(q)}{dq^2} - \frac{d^2C(q)}{dq^2} < 0$.
- Graficky je určení optimálního objemu produkce a ceny znázorněno na obr. - nakreslit
- Příklad (na cvičení) demonstruje společenskou neefektivnost monopolu.
- Firma v monopolním postavení vyrábí méně, při vyšší ceně a zisku.
- Nabízí se otázka, zda je možná tuto společenskou neefektivnost odstranit pomocí ekonomická regulace.
- Jedním z nástrojů ekonomické regulace jsou daně (jejich efekt – na cvičení)

Oligopol

- Oligopol: tržní struktura, ve které si firmy si firmy uvědomují vzájemnou provázanost svých strategií.
- Malý počet výrobců, kteří kontrolují podstatnou část nabídky na trhu daného výrobku.
- Modely oligopolu: nekooperativní modely a kooperativní modely.
- Cournotův, Stackelbergův a Bertrandův model patří mezi modely nekooperativního chování.
- Každá firma se snaží dosáhnout maximálního zisku vzhledem k tomu, co jí ostatní umožní.
- Tyto tři modely se liší předpoklady, ale používají koncepce Nashova rovnovážného bodu z teorie nekooperativních her.
- Kooperativní chování vede k utváření kartelu, kdy firmy uzavřou dohodu o koordinaci akcí k dosažení maxima celkového zisku.
- Pro objemy výroby firem jsou stanoveny kvóty, které by firmy měly respektovat pro dosažení maximálního zisku, který je potom rozdělen mezi firmy na základě dohody.
- Tento přístup odpovídá koncepci kooperativních her.
- Vezmeme dále pro naše úvahy modely duopolu, což je speciální případ oligopolu, ve kterém se vyskytují pouze 2 výrobci.

Cournotův model

- Cournotův model vychází z předpokladů konkurence v objemu produkce.
- Označme objemy produkce výrobců:
  - q_1 – objem výroby prvního výrobce,
  - q_2 – objem výroby druhého výrobce.
- Cena produkce je funkcí celkového objemu produkce: $p = f(q_1 + q_2)$
- tato funkce je klesající, s růstem nabídky cena klesá.
- Příjmová funkce i-té firmy je součinem funkce ceny a objemem produkce dané firmy: $R_i (q_1, q_2) = pq_i = f(q_1, q_2)q_i$
- Mezní příjem udává, jak se změní příjem při jednotkové změně produkce a podle pravidla o derivaci součinu funkcí je roven
  - $$\frac{\partial R_i(q_1,q_2)}{\partial q_i} = f(q_1,q_2) + \frac{\partial f(q_1,q_2)}{\partial q_i} = p + q_i \frac{\partial p}{\partial q_i} \ .$$
- Vzhledem k tomu, že $p = f(q_1, q_2)$ je klesající funkce: $\frac{\partial p}{\partial q_i} < 0$ a tudíž

  $p + q_i \frac{\partial p}{\partial q_i} < p$.
- Z toho dostáváme, že u duopolu je mezní příjem firmy menší než cena produkce.

- Nákladová funkce i-té firmy je rostoucí v závislosti na objemu produkce: $C_i(q_i)$.
- Mezní náklady udávají, jak se změní celkové náklady firmy v důsledku zvýšení výroby o jednotku: $\dfrac{dC_i(q_i)}{dq_i}$
- Vzhledem k tomu, že nákladová funkce je rostoucí, jsou mezní náklady kladné.
- Zisková funkce i-té firmy závisí nejen na chování dané firmy, ale i na chování druhé firmy

  $z_i\,(q_1, q_2) = pq_i - C_i(q_i) = f(q_1 + q_2)q_i - C_i(q_i) = R_i(q_1, q_2) - C_i(q_i)$
- Obě firmy se snaží maximalizovat svůj zisk, vzhledem ke strategii konkurenta.
- Předpokládejme, že druhá firma zvolí svoji strategii stanovením objemu výroby $q_2°$,
- potom první firma maximalizuje svůj zisk, který bude záviset na jejím objemu výroby q_1 a objemu výroby druhé firmy $q_2°$:

$$z_1(q_1, q_2°) = R_1(q_1, q_2°) - C_1(q_1)$$

- Pro dosažení maxima zisku první firmy musí platit podmínka 1. řádu

$$\frac{\partial z_1(q_1, q_2^{o})}{\partial q_1} = \frac{\partial R_1(q_1, q_2^{o})}{\partial q_1} - \frac{dC_1(q_1)}{\partial q_1} = 0\ .$$

- Jestliže první firma zvolí svoji strategii stanovením objemu výroby $q_1°$,
- potom druhá firma maximalizuje svůj zisk, který bude záviset na jejím objemu výroby q_2 a objemu výroby první firmy $q_1°$

$$z_2(q_1°, q_2) = R_2(q_1°, q_2) - C_2(q_2)$$

- Pro dosažení maxima zisku druhé firmy musí platit podmínka 1. řádu

$$\frac{\partial z_2(q_1^{\circ}, q_2)}{\partial q_2} = \frac{\partial R_2(q_1^{\circ}, q_2)}{\partial q_2} - \frac{dC_2(q_2)}{\partial q_2} = 0$$

- Vycházíme z předpokladu o znalosti strategie konkurenta.
- Rovnovážný stav je určen dvojicí strategií q_1, q_2 které splňují zároveň podmínky maximalizace zisku obou firem.
  - $\dfrac{\partial z_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = \dfrac{\partial R_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} - \dfrac{dC_1(q_1)}{\partial q_1} = 0$
  - $\dfrac{\partial z_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} = \dfrac{\partial R_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} - \dfrac{dC_2(q_2)}{\partial q_2} = 0$
- V rovnovážném stavu je mezní příjem roven mezním nákladům u obou firem.
- Z těchto rovnic je možno odvodit funkce reakce chování duopolistů, která popisuje velikost produkce jednoho výrobce v závislosti na velikosti produkce druhého výrobce

- $q_1 = \varphi_1(q_2)$, $q_2 = \varphi_2(q_1)$.

Stackelbergův model

- Stackelbergův model vychází také z předpokladů konkurence v objemu produkce a je rozšířením Cournotova modelu.
- Tento model pracuje se stejnými předpoklady jako Cournotův model.
- Sofistikovaný duopolista tzv. vůdce bude jednat jako monopolista a bude brát v úvahu predikovaná rozhodnutí svého konkurenta tzv. následníka v závislosti na jeho funkci reakce chování.
- Předpokládejme, že vůdcem je první firma, která stanoví svůj objem výroby q_1.
- Tato firma potom předpokládá, že druhá firma je následníkem a určí svůj objem výroby podle funkce reakce: $q_2 = \varphi_2(q_1)$.
- První firma maximalizuje svůj zisk: $z_1 = (q_1,q_2) = z_1(q_1,\varphi_2(q_1))$, což je funkce jediné proměnné q_1.
- Z podmínky prvního řádu pro maximum ziskové funkce: $\frac{dz_1}{dq_1} = 0$, dostáváme řešením velikost objemu produkce vůdce.
- Z funkce reakce dostaneme velikost objemu produkce následníka.
- A dosazením celkového objemu produkce do cenové funkce získáme i rovnovážnou cenu
- Analyzujme vztah vůdcovství a následnictví z hlediska obou firem.
- Existují 4 možnosti :
    - První firma chce být vůdcem, druhá následníkem.
    - První firma chce být následníkem, druhá vůdcem.
    - Obě firmy chtějí být následníky.
    - Obě firmy chtějí být vůdci.
- První dva případy vedou k rovnovážnému Stackelbergovu řešení.
- Třetí případ vede k Cournotovu řešení.
- Čtvrtý případ vede ke Stackelbergově nerovnováze, protože vychází z neuskutečnitelných předpokladů.

Model kartelu

- Kartel je formálně uzavřená dohoda mezi oligopolisty o spolupráci při formování nabídky.
- Je to dohoda o společném postupu při stanovení tzv. výrobních kvót a tím i ceny produkce.
- Výsledkem je vzájemná kooperace při maximalizaci celkového zisku kartelu, který si firmy rozdělí mezi sebou.
- Tento přístup odpovídá koncepci kooperativních her.

- V našem modelu se opět omezíme na dvojici firem, jejichž výrobní kvóty označme:
  - q_1 – výrobní kvóta prvního výrobce,
  - q_2 – výrobní kvóta druhého výrobce.
- Cena produkce je funkcí celkového objemu produkce: $p = f(q_1 + q_2)$,
- tato funkce je klesající, s růstem nabídky cena klesá.
- Nákladová funkce i-té firmy je rostoucí v závislosti na objemu produkce: $C_i(q_i)$.
- Celkový zisk kartelu je roven: $z(q_1, q_2) = p(q_1 + q_2) - C_1(q_1) - C_2(q_2)$, což je funkcí objemů produkce duopiolistů.
- Z podmínek 1. řádu pro maximalizaci celkového zisku: $\frac{\partial z}{\partial q_1} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial q_2} = 0,$
- dostaneme výrobní kvóty duopolistů, které zajišťují maximální celkový zisk
- Tento celkový zisk je potřeba rozdělit mezi duopolisty.
- K dohodě o společném postupu musí být připojena i dohoda o přerozdělění zisku, tak aby žádná firma nedopadla hůře než při samostatném postupu v rámci Cournotova modelu.
- Označme jako
  - z_i zisk i-té firmy při samostatném postupu bez kooperace,
  - y_i přerozdělený zisk i-té firmy při kooperativním postupu.
- Celkový zisk z se přerozdělí mezi duopolisty a každý duopolista by měl dostat alespoň to, co je schopen si zajistit bez kooperace.

$$z = y_1 + y_2$$
$$y_1 \geq z_1$$
$$y_2 \geq z_2$$

- Množina možných přerozdělění zisků odpovídá jádru hry.
- Jedno z možných přerozdělení je ponechat každému oligopolistovi, co získá sám plus polovinu toho, co si zajistí navíc kooperací.

$$y_1 = z_1 + 0{,}5(z - z_1 - z_2),$$
$$y_2 = z_2 + 0{,}5(z - z_1 - z_2).$$

- Kooperativní chování firem je ze společenského hlediska méně příznivé.
- Poskytuje řešení s nižší nabídkou a vyšší cenou ve srovnání s Cournotovým modelem.
- Z toho vyplývá negativní postoj společnosti ke kartelovým dohodám.

Srovnání duopolu s dokonale konkurenčním trhem

- Porovnejme duopol s trhem dokonalé konkurence, tzn. budeme předpokládat, že se oba duopolisté chovají jako dokonale konkurenční firmy.
- Příjem a mezní příjem i-té firmy jsou rovny

$$R_i(q_i) = pq_i$$

$$\frac{dR_i}{dq_i} = p = f(q_1 + q_2)$$

- Mezní náklady-té firmy jsou rovny: $\frac{dC_i(q_i)}{dq_i}$
- Podmínky rovnováhy v případě dokonalé konkurence : $\frac{dC_i(q_i)}{dq_i} = f(q_1 + q_2)$