EKONOMETRIE – 10. přednáška
Modely zpožděných proměnných

- model zpožděných proměnných – regresní rovnice obsahuje zpožděné hodnoty endogenních proměnných

Modely nekonečně rozděleného zpoždění

- Předpokládáme, že vysvětlovaná proměnná závisí i na nekonečně časově zpožděných vysvětlujících proměnných: $Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + ... + u_t$

Koyckova transformace

- převádí problém odhadu nekonečného počtu váhových koeficientů β_i na odhad tří parametrů
- předpoklad: s rostoucím zpožděním mají hodnoty vysvětlujících exogenních proměnných stále menší vliv na vysvětlovanou endogenní proměnnou
- potom váhové koeficienty β_i, které všechny mají stejné znaménko, tvoří geometrickou řadu: $\beta_i = \beta_0 c^i$, i = 0, 1, 2, ..., kde $0 < c < 1$
- protože se jedná o geometrickou řadu s kvocientem menším než jedna, můžeme určit součet této nekonečné geometrické řady: $\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i = \frac{\beta_0}{1-c}$
- po dosazení váhových koeficientů z geometrické řady dostáváme pro období t:

$$Y_t = \alpha(1 - c) + \beta_0 X_t + cY_{t-1} + v_t$$

- průměrná délka zpoždění v Koyckově autoregresivním modelu je $\frac{c}{1-c}$
- rozptyl $= \frac{c}{(1-c)^2}$
- výsledný autoregresivní model však nesplňuje dva základní požadavky pro aplikaci MNČ, odhady obecně nejsou nestranné, konzistentní a vydatné
- jestliže je proměnná Y_{t-1} nezávislá na náhodných složkách v_t, zůstává odhadová funkce konzistentní.

Modely konečně rozděleného zpoždění

- předpoklad: vysvětlovaná proměnná závisí na konečně časově zpožděných vysvětlujících proměnných:

  $$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_T X_{t-T} + u_t,$$

- kde T je maximální délka zpoždění

Aritmetické zpoždění

- Předpoklad 1: váhové koeficienty konečně rozděleného zpoždění klesají v čase aritmetickou řadou
- Předpoklad 2: zpožděný vliv na vysvětlovanou proměnnou po několika obdobích končí
- Váhové koeficienty lze definovat

  $$\beta_i = (T + 1 - i)\beta \qquad i = 0,1,2,..., T$$

- Dosazením dostáváme: $Y_t = \alpha + \beta \sum_{i=1}^{T} (T + 1 - i) X_{t-i} + u_t$
- Jestliže zavedeme novou proměnnou Z_t jako kombinaci časově zpožděných proměnných, můžeme psát: $Y_t = \alpha + \beta Z_t + u_t$
- Klasickou metodou nejmenších čtverců je možno odhadnout parametry

Polynomické zpoždění

- předpoklad: průběh vztahu mezi váhovými koeficienty je možno aproximovat polynomem řádu, který je roven délce zpoždění

  $$\beta_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + ... + a i^r \ , \ i = 0,1, ..., T,$$

- což je polynom r-tého řádu, kde r < T.
- jestliže váhy zpočátku rostou a později klesají nebo naopak, potom je vhodnou aproximací polynom druhého řádu (r = 2)

  $$\beta_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2$$

- po úpravách dostáváme

  $$Y_t = \alpha + a_0 \sum_{i=0}^{T} X_{t-i} + a_1 \sum_{i=0}^{T} i X_{t-i} + a_2 \sum_{i=0}^{T} i^2 X_{t-i} + u_t$$

- jestliže zavedeme nové proměnné:

$$Z_{0t} = \sum_{i=0}^{T} X_{t-i} \qquad Z_{1t} = \sum_{i=0}^{T} iX_{t-i} \qquad Z_{2t} = \sum_{i=0}^{T} i^2 X_{t-i}$$

- můžeme psát

  $$Y_t = \alpha + a_0 Z_{0t} + a_1 Z_{1t} + a_2 Z_{2t} + u_t$$

- v tomto případě se nám problém redukuje na odhad 3 koeficientů a_j ($j = 0,1,2$)
- obecně je T+1 váhových koeficientů β_i redukováno touto transformací na r + 1 koeficientů a_j
- jestliže známe maximální délku zpoždění T, potom pomocí MNČ můžeme odhadnout parametr a_j a dosazením do vztahu pro β_i určit odhady b_i
- Neznáme-li maximální délku zpoždění: použít různé délky maximálního zpoždění T a vybrat takovou, pro kterou je koeficient vícenásobné determinace největší
- Pozn.: polynomický způsob aproximace časové struktury zpoždění jedné proměnné lze aplikovat i v případě, kdy model rozděleného konečného zpoždění obsahuje zpožděné hodnoty více exogenních proměnných s různou maximální délkou zpoždění