EKONOMETRIE – 8. cvičení
Klasický LRM, MNČ

Př 1: LRM, MNČ

- Tento příklad není reálný vzhledem k malému počtu pozorování, má jen umožnit vyzkoušet si uvedené postupy při vlastním výpočtu a tím hlouběji pochopit uvedené principy.
- Předpokládejme, že máme zadány výsledky tří pozorování (n = 3) pro vysvětlovanou proměnnou a jednu vysvětlující proměnnou (k = 2). Jako *i* označujeme index pozorování, *y* je vektor hodnot vysvětlované proměnné a *x* je vektor hodnot vysvětlující proměnné.

i	**y**	**x**
1	2	1
2	3	2
3	5	3

- Matice X a vektor y mají následující tvar:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- Pro výpočet odhadů parametrů použijeme odvozených vzorců v maticovém vyjádření.
- Součin transponované matice X\` a matice X

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$$

- Inverzní matice k matici X\`X

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 7/3 & -1 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix}$$

- Součin matice X\` a vektoru y

$$X'y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 23 \end{bmatrix}$$

- Pro odhad parametrů dostáváme

$$(X'X)^{-1} X'y = \begin{bmatrix} 7/3 & -1 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 3/2 \end{bmatrix}$$

- Odhadnutá funkce má následující tvar, podle kterého je možno vypočítat vyrovnané hodnoty: $\hat{Y}_i = \frac{2}{6} + \frac{9}{6} x_{1i}$.
- Zahrňme do tabulky vektor vyrovnaných hodnot $\hat{y}$ a vektor reziduí e

i	**y**	**x**	odh(y)	e = y – odh(y)
1	2	1	11/6	1/6
2	3	2	20/6	-2/6
3	5	3	29/6	1/6

- Vidíme, že součet reziduí je roven nule.
- Určíme součet čtverců reziduí

$$e'e = \begin{bmatrix} 1/6 & 2/6 & 1/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/6 \\ 2/6 \\ 1/6 \end{bmatrix} = 1/6$$

- Tato hodnota by měla být minimální.
- Odhadnutá funkce umožňuje predikovat hodnoty vysvětlované proměnné na základě hodnot vysvětlující proměnné, ležící mimo rozsah pozorování.
- Např. pro hodnotu vysvětlující proměnné $x_1 = 4$ dostáváme hodnotu vysvětlované pro měnné $\hat{Y} = 38/6$.
- Určíme odhad kovarianční matice: $S(b) = s^2 (X'X)^{-1}$.

$$s^2 = \frac{e'e}{n-k} = \frac{1}{6} \quad , \qquad (X'X)^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 14 & -6 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$S(b) = \begin{bmatrix} 14/36 & -6/36 \\ -6/36 & 3/36 \end{bmatrix}$$

Určíme hodnoty testovacích statistik

$$t_0 = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{2/6}{\sqrt{14/36}} \doteq 0{,}53 \quad , \quad s_{b_0} = 0{,}62 \ ,$$

$$t_1 = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{9/6}{\sqrt{3/36}} \doteq 5{,}17 \quad , \quad s_{b_1} = 0{,}29 \ ,$$

$P = 1\text{-}\alpha = 0{,}95$

Z tabulek dostáváme hodnotu $t^*_{\alpha/2} = 12{,}7$.

Stanovíme nulovou a alternativní hypotézu pro parametr β_1

$H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$

Protože platí $t_1 \leq t^*_{\alpha/2}$, akceptujeme hypotézu H_0 . Vysvětlující proměnná je na pětiprocentní hladině statisticky nevýznamná.
Dostáváme intervalové odhady parametrů

$$-7{,}54 < \beta_0 < 8{,}2$$
$$-2{,}18 < \beta_1 < 5{,}18$$

Koeficient determinace

$$R^2 = 1 - \frac{e^T e}{y^T y - n\bar{y}^2} = 0{,}96 \quad ,$$

Korigovavaný koeficient determinace

$$\bar{R}^2 = R^2 - \frac{k-1}{n-k}(1 - R^2) = 0{,}96 - (1-0{,}96) = 0{,}92 \ .$$

Vypočteme hodnotu testovacího kritéria

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - (k+1)}{k} = \frac{0{,}96}{0{,}04} \cdot \frac{3-2}{1} = 24 \ .$$

Z tabulek dostáváme
$F^*[k,n\text{-}k] = F^*[1,1] = 161$

Protože platí $F < F^*$, akceptujeme hypotézu H_0 o statistické nevýznamnosti R^2 .