

EKONOMETRIE – 7. cvičení

Test I., fáze ekonometrické analýzy

Př 1: Specifikace parametrů modelu produkční funkce

- Proveďte specifikaci parametrů Cobby-Douglasovy produkční funkce:

$$Y = A K^a L^b$$

- O produkční funkci se předpokládá, že je rostoucí, s růstem vstupních faktorů roste také objem produkce.
- Parciální derivace funkce podle jednotlivých proměnných musí být kladné.
- Tyto derivace vyjadřují mezní produktivitu faktorů.

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = a \frac{Y}{K}, \quad a \text{ musí být také kladný.}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = b \frac{Y}{L}, \quad b \text{ musí být také kladný.}$$

- Dále se předpokládá, že produkční funkce je konkávní, s růstem vstupních faktorů se přírůstky produkce snižují, což odpovídá zákonu klesajících výnosů.
- Druhé parciální derivace funkce podle jednotlivých proměnných musí být záporné.

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = a(a-1)A L^b K^{a-2}, \quad a \text{ musí být menší než jedna.}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = b(b-1)A K^a L^{b-2}, \quad b \text{ musí být menší než jedna.}$$

- Pro oba parametry a i b tak dostáváme očekávané rozpětí mezi hodnotami nula a jedna.
- Veličinu $a + b$ označujeme jako stupeň homogenity produkční funkce:
 - a) Je-li $a + b = 1$, jedná se o konstantní efekt z rozsahu výroby
 - b) Je-li $a + b < 1$, jedná se o klesající efekt z rozsahu výroby
 - c) Je-li $a + b > 1$, jedná se o rostoucí efekt z rozsahu výroby

Př. 2: Specifikace parametrů modelu poptávky

- Poptávkovou funkci jsme vyjádřili obecně pomocí tvaru:

$$q_1 = b_0 + b_1 p_1 + b_2 p_2 + b_3 y$$

- Proveďte specifikaci modelu.
- Parametr b_0 je velikost autonomní poptávky, která nezávisí na hodnotách vysvětlujících proměnných. Tato poptávka a tudíž parametr b_0 by měl být kladný.

- Ostatní parametry vyjadřují absolutní pružnost poptávky vzhledem k vysvětlujícím proměnným: $b_1 = \frac{\partial q_1}{\partial p_1}$, $b_2 = \frac{\partial q_1}{\partial p_2}$, $b_3 = \frac{\partial q_1}{\partial y}$.
- Koeficienty pružnosti dostaneme vynásobením absolutních pružností poměrem dané vysvětlující proměnné a velikosti poptávky q_1 :

$$e_1 = b_1 \frac{p_1}{q_1}, \quad e_2 = b_2 \frac{p_2}{q_1}, \quad e_3 = b_3 \frac{y}{q_1}.$$
- Hodnota b_1 by měla být záporná. Proč? Velikost parametru závisí na typu zboží, nezbytné zboží je cenově nepružné, zatímco luxusní zboží je značně cenově pružné. Co z toho plyne?
- Poptávka po zboží je rovněž ovlivněna existencí substitučního zboží. Poptávka je tím více cenově pružnější, jestliže na trhu existuje zboží silnějšího substitučního charakteru.
- Parametr b_2 není apriori omezen. Proč?
- Parametr b_3 by měl být nezáporný. Proč?
- Velikost koeficientu příjmové pružnosti e_3 je určena typem zboží. Pro zboží nezbytné povahy je typické, že koeficient příjmové pružnosti je menší než jedna. Pro luxusní zboží je typické, že koeficient příjmové pružnosti je větší než jedna.

Př. 3: Linearizace modelů nelineárních v parametrech

- Linearizujte následující modely pomocí logaritmické transformace:

a) $Y = aX^b e^u$

b) $Y = c(1+d)^t e^u$

c) $Y = fe^s X_1 + hX_2^i + u$

a) $Y = aX^b e^u \Rightarrow \ln Y = \ln(aX^b e^u) = \ln a + \ln X^b + \ln e^u = \ln a + b \ln X + u \ln e =$
 $= \ln a + b \ln X + u \Rightarrow Y^* = A + BX^* + u$

b) $Y = c(1+d)^t e^u \Rightarrow \ln Y = \ln(c(1+d)^t e^u) = \ln c + \ln(1+d)^t + \ln e^u =$
 $= \ln c + t \ln(1+d) + u \ln e = \ln c + t \ln(1+d) + u \Rightarrow Y^* = C + Dt + u$

c) součet nelze logaritmovat, takže tudy cesta nepovede

Př. 4: Specifikace parametrů vícerovnice modelu národního důchodu

- Již známe model národního důchodu:

$$\begin{aligned}
C &= a + bY \\
I &= c + d r \\
G &= G^* \\
r &= r^* \\
Y &= C + I + G
\end{aligned}$$

- Proveďte specifikaci parametrů tohoto modelu

Př. 5: Implicitní dynamizace modelu národního důchodu

- V tomto modelu budeme uvažovat místo spotřeby úspory S , které jsou funkcí národního důchodu: $S_t = 0,1 Y_t$
- Objem investic je úměrný přírůstku národního důchodu: $I_t = 0,5(Y_t - Y_{t-1})$
- Je zadána výchozí úroveň národního důchodu: $Y_0 = 200$
- Rovnováha je definována rovností investic a úspor.
- Sestavte model, řešte ho a výslednou rovnici linearizujte v parametrech.
- Za těchto předpokladů dostáváme model:
$$\begin{aligned}
S_t &= 0,1 Y_t \\
I_t &= 0,5 (Y_t - Y_{t-1}) \\
Y_0 &= 200 \\
I_t &= S_t
\end{aligned}$$
- Z podmínky rovnováhy dostáváme $Y_t = 1,25 Y_{t-1}$
- $Y_t = (1,25)^t Y_0 = 200(1,25)^t$.
- Tuto rovnici můžeme linearizovat v parametrech pomocí logaritmické transformace: $\log Y_t = \log 200 + t \log(1,25)$.

Př. 6: Model agregované osobní spotřeby obyvatelstva v ČR

- Uveďme jako příklad ekonometrické analýzy experimentování s modelem agregované osobní spotřeby obyvatelstva v České republice, která umožňuje provádět cenové propočty a prognózování spotřeby.
- a) Specifikujte model
- Parametry modelu, obsahující jedinou vysvětlující veličinu osobní spotřeby a to úroveň příjmů, byly odhadnuty pomocí metody nejmenších čtverců následovně: $C_t = 9640 + 0,699 Y_t$, $R^2 = 0,87$, $DW = 1,55$,
(2103) (0,047)
- b) Interpretujte výsledky
- Zavedeme jako další vysvětlující proměnnou zpožděný příjem Y_{t-1}
- c) Specifikujte model vývoje agregované osobní spotřeby v České republice
- $C_t = 11029 + 0,491 Y_t + 0,186 Y_{t-1}$, $R^2 = 0,92$, $DW = 2,18$,
(3309) (0,048) (0,056)
- d) Interpretujte výsledky

- Zavedeme jako další vysvětlující proměnnou (kromě příjmů) index spotřebitelských cen P

- e) Specifikujte model

- Vývoj agregované osobní spotřeby v ČR bude popsán rovnicí

$$C = -9553 + 0,464 Y + 147,1P, \quad R^2 = 0,94, \quad DW = 1,85.$$

(3319) (0,050) (23,09)

- f) Interpretujte výsledky

- Zvolíme-li jako vysvětlivnou veličinu pouze přírůstky výdajů a budeme-li transformovat měsíční údaje na kvartální, bude vývoj agregované osobní spotřeby dán rovnicí

$$\delta C = -24703 + 0,763 Y - 119,51 P, \quad R^2 = 0,7123, \quad DW = 2,18,$$

(12164) (0,171) (58,67)

- δV jsou přírůstky výdajů
- Znaménka odhadnutých parametrů jsou v souladu s obecnou teorií. Proč?