

EKONOMETRIE – 11. cvičení

Vícerovnicové modely

Př. 1 – M2NČ

Pozorování jsou zadána: zadat vstupní data!!!

Máme provést odhad strukturních parametrů pro systém dvou lineárních identifikovaných simultánních rovnic

$$Y_{t1} = \beta_1 + \beta_{12}Y_{t2} + \gamma_{11}X_{t1} + u_{t1}$$

$$Y_{t2} = \beta_2 + \beta_{21}Y_{t1} + \gamma_{22}X_{t2} + u_{t2}$$

Provedeme první stupeň odhadu:

$$\hat{Y}_1 = X(X'X)^{-1}X'Y_1$$

kde

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad X' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{75} \begin{bmatrix} 14 & -11 \\ -11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$X'Y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 24 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{75} \begin{bmatrix} 14 & -11 \\ -11 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19 \\ 24 \end{bmatrix} = \frac{1}{75} \begin{bmatrix} 2 \\ 127 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_1 = \frac{1}{75} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 127 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 383 \\ 131 \\ 260 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,1 \\ 1,7 \\ 3,4 \end{bmatrix}$$

Provedeme druhý stupeň odhadu:

$$\hat{\mathbf{Z}}_1 = [\hat{\mathbf{Y}}_1, \mathbf{X}_1] = \begin{bmatrix} 5,1 & 1 \\ 1,7 & 2 \\ 3,4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_1 = (\hat{\mathbf{Z}}_1' \hat{\mathbf{Z}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{Z}}_1' \mathbf{y}_1$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_1' \hat{\mathbf{Z}}_1 = \begin{bmatrix} 5,1 & 1,7 & 3,4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5,1 & 1 \\ 1,7 & 2 \\ 3,4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40,4 & 18,7 \\ 18,7 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_1' \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 5,1 & 1,7 & 3,4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32,3 \\ 23 \end{bmatrix}$$

$$(\hat{\mathbf{Z}}_1' \hat{\mathbf{Z}}_1)^{-1} = \frac{1}{215,9} \begin{bmatrix} 14 & -18,7 \\ -18,7 & 40,4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d} = \frac{1}{215,9} \begin{bmatrix} 14 & -18,7 \\ -18,7 & 40,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 32,3 \\ 23 \end{bmatrix} = \frac{1}{215,9} \begin{bmatrix} 22,1 \\ 325,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,10 \\ 1,5 \end{bmatrix}$$

Dostáváme konzistentní odhady strukturních parametrů první transformované rovnice

$$\hat{y}_{t1} = 0,1y_{t2} + 1,5x_{t2}$$

Podobně pro druhou rovnici.